

УДК 004.932.2  
DOI 10.52575/2687-0932-2026-53-1-227-238  
EDN ZQCOMS

## О методе скрытного субполосного внедрения контрольной информации в цифровые изображения

<sup>1</sup>Чурсин Д.С., <sup>2</sup>Жиляков Е.Г., <sup>2</sup>Черноморец А.А.

<sup>1</sup>ООО «ГК ЦПС»

Россия, 308008, г. Белгород, ул. Восточная, д. 71

<sup>2</sup>Белгородский государственный национальный исследовательский университет

Россия, 308015, г. Белгород, ул. Победы, д. 85

dima.chursin@bk.ru

**Аннотация.** Статья посвящена разработке стеганографического метода встраивания данных в цифровые изображения. В статье предложен метод скрытного субполосного внедрения контрольной информации, основанный на субполосном анализе изображений в рамках преобразования Фурье. Субполосный анализ изображений позволяет проанализировать свойства изображений с позиций разбиения области определения ДПФ на подобласти с целью определения подобластей, в которые предлагается осуществлять скрытное внедрение данных. В разработанном методе скрытное субполосное внедрение контрольной информации осуществляется на основе модификаций проекций строк изображений на собственные векторы субполосной матрицы, соответствующей неинформативному частотному интервалу. Результаты проведенных вычислительных экспериментов продемонстрировали работоспособность разработанного метода скрытного субполосного внедрения. Показано, что разработанный метод обеспечивает скрытность внедренных данных и устойчивость извлечения данных в условиях внешних разрушающих воздействий в виде аддитивного шума.

**Ключевые слова:** скрытное внедрение, цифровые изображения, субполосная матрица, проекции векторов, искажение стегаконтейнера, устойчивость к внешним разрушающим воздействиям

**Для цитирования:** Чурсин Д.С., Жиляков Е.Г., Черноморец А.А. 2026. О методе скрытного субполосного внедрения контрольной информации в цифровые изображения. *Экономика. Информатика*, 53(1): 227–238. DOI 10.52575/2687-0932-2026-53-1-227-238. EDN ZQCOMS

---

## On the Method of Hidden Subband Embedding of Control Information in Digital Images

<sup>1</sup>Dmitry S. Chursin, <sup>2</sup>Evgeniy G. Zhilyakov, <sup>2</sup>Andrey A. Chernomorets

<sup>1</sup>LLC "CPS Group of Companies"

71 Vostochnaya St., Belgorod 308008, Russia

<sup>2</sup>Belgorod State National Research University

85 Pobedy St., Belgorod 308015, Russia

dima.chursin@bk.ru

**Abstract.** The article is devoted to the development of a steganographic method for embedding data in digital images. The authors propose a method for hidden subband embedding of control information based on subband image analysis within the Fourier transform. Subband image analysis makes it possible to analyze the properties of images from the perspective of dividing the DFT definition area into subdomains in order to determine the subdomains into which it is proposed to implement hidden data embedding. In the developed method, the hidden subband embedding of control information is carried out on the basis of modifications of image line projections onto the eigenvectors of the subband matrix corresponding to an uninformative frequency interval. The embedded

© Чурсин Д.С., Жиляков Е.Г., Черноморец А.А., 2026

information, consisting of a set of bit sequences, is presented as a bipolar sequence of characters immediately before the embedding. To test the operability of the developed method, computational experiments were conducted on data embedding in digital images in order to evaluate the secrecy of data embedding and the robustness of embedded data extraction to additive uniformly distributed noise. The results of the conducted computational experiments demonstrated the operability of the developed method of hidden subband data embedding. It is shown that the proposed method ensures the secrecy of data embedding and the stability of data extraction in the conditions of external destructive influences in the form of additive noise.

**Keywords:** hidden embedding, digital images, subband matrix, vector projections, stegocontainer distortion, resistance to external destructive influences

**For citation:** Chursin D.S., Zhilyakov E.G., Chernomorets A.A. 2026. On the Method of Hidden Subband Embedding of Control Information in Digital Images. *Economics. Information technologies*, 53(1): 227–238 (in Russian). DOI 10.52575/2687-0932-2026-53-1-227-238. EDN ZQCOMS

## Введение

Значительную долю передаваемых в современных телекоммуникационных системах данных составляют цифровые изображения, что определяет актуальность разработки методов защиты авторских прав на изображения и контроля целостности визуальной информации, для чего широко применяют стеганографические подходы, которые обеспечивают скрытное встраивание контрольной информации непосредственно в изображения [Грибунов и др., 2006]. Основным требованием к стеганографическим алгоритмам является сочетание высокой скрытности внедрения с устойчивостью к разрушающим воздействиям [Шелухин, Канаев, 2024].

Современные стеганографические методы классифицируются следующим образом [Koch, Zhao, 1995; Barni, Bartolini, 1998]:

- пространственные методы, основанные на модификации пикселей изображений (например, метод LSB) или замене избыточной информации. Данные методы характеризуются большим объемом скрываемых данных, но низкой устойчивостью к разрушающим воздействиям;
- частотные методы, использующие коэффициенты ортогональных преобразований (дискретное косинус-преобразование (ДКП), дискретное вейвлет-преобразование (ДВП), дискретное преобразование Фурье (ДПФ)). Одним из широко распространенных частотных стеганографических методов является метод относительной замены коэффициентов ДКП (метод Кох и Жао);
- методы расширения спектра, реализующие аддитивное встраивание псевдослучайных последовательностей, масштабированных значениями внедряемой информации.

Частотные методы и методы расширения спектра превосходят пространственные методы по устойчивости, однако они разработаны с учетом общих статистических свойств изображений и недостаточно учитывают индивидуальные частотные характеристики конкретного изображения [Грибунов и др., 2006; Шелухин, Канаев, 2024; Конахович, 2006]. Это ограничивает степень скрытности при внедрении значительных объемов информации.

В настоящей работе предложен метод скрытного субполосного внедрения, основанный на субполосном анализе и синтезе изображений в рамках преобразования Фурье [Жиляков, 2015, 2017]. Субполосный анализ изображений позволяет проанализировать свойства изображений с позиций разбиения области определения ДПФ на подобласти с целью определения подобластей, в которые предлагается осуществлять скрытное внедрение данных.

## Математические основы субполосного анализа

Представим исходное изображение, в которое будет скрытно внедряться контрольная информация, в виде матрицы  $F = \{f_{i,k}\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , элементы которой с индексами  $(i, k)$  соответствуют значениям пикселей изображения, размерности  $M \times N$  пикселей.

Рассмотрим отдельную строку изображения как вектор данных  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ , длиной  $N$  элементов.

Для проведения субполосного анализа, основанного на разбиении области определения преобразования Фурье на частотные интервалы (субполосы) [Жиляков, 2015], представим область  $[-\pi; \pi)$  в виде объединения непересекающихся частотных интервалов следующего вида:

$$\Omega_r = [-v_{2,r}; -v_{1,r}) \cup [v_{2,r}; v_{1,r}), \quad 0 \leq v_{1,r} \leq v_{2,r} \leq \pi, \quad r = 1, 2, \dots, R, \quad (1)$$

где  $R$  – количество субполос,  $v_{1,r}$  и  $v_{2,r}$  – границы  $r$ -ой субполосы;

$$\bigcup_{r=1}^R \Omega_r = [-\pi; \pi).$$

Энергию вектора  $\vec{x}$  можно представить как сумму частей его энергии, попадающих в непересекающиеся частотные интервалы  $\Omega_r$ ,  $r = 1, 2, \dots, R$  [Жиляков, 2015]:

$$\|\vec{x}\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |X(u)|^2 du / (2\pi) = \sum_{r=0}^R P_r(\vec{x}). \quad (2)$$

Под  $P_r(\vec{x})$  понимается часть энергии в частотном интервале  $\Omega_r$  [Жиляков, 2015]:

$$P_r(\vec{x}) = \int_{u \in \Omega_r} |X(u)|^2 du / (2\pi). \quad (3)$$

Согласно [Жиляков, 2015], часть энергии  $P_r(\vec{x})$  в заданном интервале  $\Omega_r$  вида (1) может быть представлена в следующем виде:

$$P_r(\vec{x}) = \vec{x} \cdot A_r \cdot \vec{x}^T, \quad r = 1, 2, \dots, R, \quad (4)$$

где  $A_r$  – субполосная матрица, соответствующая частотному интервалу  $\Omega_r$ , элементы которой определяются как:

$$\alpha_{i,k}^r = \begin{cases} \frac{\sin(v_{2,r}(i-k)) - \sin(v_{1,r}(i-k))}{\pi(i-k)}, & \text{если } i \neq k, \\ \frac{v_{2,r} - v_{1,r}}{\pi}, & \text{если } i = k, \end{cases} \quad (5)$$

Применение субполосных матриц вида (5) позволяет [Жиляков, 2015] осуществлять субполосный анализ векторов без перехода в частотную область.

Отношения вида

$$W_r(\vec{x}) = \frac{P_r(\vec{x})}{\|\vec{x}\|^2}, \quad r = 1, 2, \dots, R \quad (6)$$

являются долями энергии в соответствующих субполосах.

В работах [Жиляков, Черноморец, Голощапова, 2011; Лихолоб, 2018] выявлено, что для задач скрытого внедрения целесообразно использовать так называемые неинформативные частотные интервалы  $\Omega_{r_0}$ ,  $r_0 \in R_0$ , которым соответствует малая доля энергии вектора  $\vec{x}$  и для которых выполняется неравенство:

$$W_r(\vec{x}) < h, \quad r \in R_0, \quad (7)$$

где  $R_0$  – множество индексов неинформативных частотных интервалов ( $R_0 \in \{1, 2, \dots, R\}$ );

$h$  – заданное пороговое значение доли энергии.

Пороговое значение доли энергии предлагается определять на основе оценивания доли энергии среднечастотных интервалов.

В работе [Жиляков, 2017] показано, что субполосная матрица  $A_r$  вида (5) является вещественной, симметрической, неотрицательно определенной матрицей. Субполосная

матрица  $A_r$  обладает полным набором ортонормированных собственных векторов  $\{\vec{q}_1^r, \vec{q}_2^r, \dots, \vec{q}_N^r\}$  [Жилияков, Черноморец, Болгова, 2014].

Субполосная матрица  $A_r$  может быть представлена в следующем виде [Гантмахер, 1967]:

$$A_r = Q_r \cdot L_r \cdot Q_r^T, \quad (8)$$

где  $L_r = \text{diag}(\lambda_1^r, \lambda_2^r, \dots, \lambda_N^r)$  – диагональная матрица неотрицательных собственных чисел, упорядоченных по убыванию:  $\lambda_1^r \geq \lambda_2^r \geq \dots \geq \lambda_N^r \geq 0$ ;  $Q_r = \{\vec{q}_1^r, \vec{q}_2^r, \dots, \vec{q}_N^r\}$  – матрица соответствующих собственных векторов.

Поскольку собственные векторы субполосной матрицы  $A_r$  взаимно ортогональны:

$$Q_r \cdot Q_r^T = Q_r^T \cdot Q_r = \text{diag}(1, \dots, 1), \quad (9)$$

то они образует полный базис в линейном пространстве вещественных векторов, соответствующей размерности [Бабаринов, Жилияков, 2024], что позволяет представить вектор  $\vec{x}$  в следующем виде:

$$\vec{x} = \sum_{k=1}^N a_k^r \cdot (\vec{q}_k^r)^T, \quad (10)$$

где  $a_k^r$  является проекцией вектора  $\vec{x}$  на соответствующий собственный вектор  $\vec{q}_k^r$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ :

$$a_k^r = (\vec{x}, (\vec{q}_k^r)^T) = \sum_{i=1}^N x_i \cdot q_{i,k}^r, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (11)$$

Подставляя (11) в (3) и учитывая ортонормированность (9), получаем:

$$P_r(\vec{x})^2 = \sum_{k=1}^N \lambda_k^r \cdot (a_k^r)^2. \quad (12)$$

Таким образом, часть энергии отрезка  $\vec{x}$  выражается взвешенной суммой квадратов проекций вида (11).

При разбиении области определения на субполосы  $\Omega_r$ ,  $r = 1, 2, \dots, R$ , ширина  $\Delta_\Omega$  субполос выбирается следующим образом [Жилияков, 2017]:

$$\Delta_\Omega = \frac{(J_1 + 4) \cdot \pi}{N}, \quad J_1 = 1, 2, \dots, N - 4, \quad (13)$$

что при  $J_1 = 2$  обеспечивает наличие среди множества собственных чисел субполосной матрицы  $A_r$ , соответствующей субполосе данной ширины, не менее двух собственных чисел, близких 1 ( $\lambda_1^r \approx \lambda_2^r \approx 1$ ).

Количество субполос  $R$  определяется соотношением:

$$R = \left\lceil \frac{\pi}{\Delta_\Omega} \right\rceil. \quad (14)$$

В предложенном далее методе скрытного субполосного внедрения контрольной информации в изображения предлагается применять собственные векторы, соответствующие собственным числам, близким к единице.

### Метод скрытного субполосного внедрения контрольной информации в строки изображения

Метод скрытного субполосного внедрения контрольной информации в строки изображения, размерности  $M \times N$  пикселей, заключается в следующем.

Отрезок  $m$ -ой строки изображения представляем как вектор данных  $\vec{x}_m = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$ , длиной  $N$  элементов.

Ширина каждой субполосы  $\Omega_r$  вычисляется на основании неравенства (13) при  $J_1=2$ , количество субполос  $R$  – на основании соотношения (14).

Для каждой субполосы  $\Omega_r$  строится субполосная матрица  $A_r$  вида (5), на основе которой на основании соотношения (4) вычисляется часть энергии  $P_r(\vec{x}_m)$ .

Доли энергии  $W_r(\vec{x}_m)$ ,  $r = 1, 2, \dots, R$ , вектора  $\vec{x}_m$  определяются на основании соотношения (6).

Неинформативные частотные интервалы выделяются на основании некоторого заданного порогового значения доли энергии  $h$  согласно условию (7). В качестве субполосы внедрения  $\Omega_r$ , в которую осуществляется внедрение, выбирается первая субполоса из упорядоченного по убыванию на основании значений долей энергии множества неинформативных субполос.

Для выбранной субполосы  $\Omega_r$  на основе матрицы  $A_r$  вычисляются наибольшие собственные числа  $\lambda_1^r$  и  $\lambda_2^r$ , а также соответствующие им собственные векторы  $\vec{q}_1^r$  и  $\vec{q}_2^r$ .

Внедряемая информация, состоящая из набора последовательности битов  $b_m \in \{0, 1\}$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$ , представляется в виде биполярной последовательности символов:

$$z_m = 2b_m - 1 \in \{-1, +1\}, m = 1, 2, \dots, M. \quad (15)$$

Для внедрения одного символа  $z_m$  в вектор  $\vec{x}_m$  вычисляются проекции данного вектора на собственные векторы  $\vec{q}_1^r$  и  $\vec{q}_2^r$ :

$$a_1 = \vec{x}_m \cdot (\vec{q}_1^r)^T, a_2 = \vec{x}_m \cdot (\vec{q}_2^r)^T. \quad (16)$$

Из полученных в соотношении (16) проекций выбирается проекция с максимальным абсолютным значением и соответствующий ей собственный вектор:

$$a_{\max} = \begin{cases} a_1, & \text{если } |a_1| > |a_2|; \\ a_2, & \text{в противном случае;} \end{cases} \quad (17)$$

$$\vec{q}^r = \begin{cases} \vec{q}_1^r, & \text{если } |a_1| > |a_2|; \\ \vec{q}_2^r, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (18)$$

Выбранная проекция (17) модифицируется в соответствии с символом  $z_m$ :

$$\hat{a} = |a_{\max}| \cdot z_m \cdot c, \quad (19)$$

где  $c > 1$  – коэффициент изменения проекции.

Синтез модифицированного вектора  $\vec{x}_m$  выполняется следующим образом:

$$\tilde{\vec{x}}_m = \vec{x}_m + (\hat{a} - a_{\max}) \cdot (\vec{q}^r)^T. \quad (20)$$

Для сглаживания изображения (стегоконтейнера), полученного после внедрения контрольной информации, целесообразно применить гауссово размытие, например, с помощью встроенной функции MATLAB:

$$\tilde{\vec{x}}_m = \text{imgaussfilt}(\tilde{\vec{x}}_m, \sigma), m = 1, 2, \dots, M, \quad (21)$$

где  $\sigma_m$  – стандартное отклонение гауссовского распределения, величина которого для анализируемой строки выбирается из диапазона  $[0,03; 0,5]$ .

Процесс извлечения внедренных данных заключается.

Для вектора  $\vec{x}_m = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$ , соответствующего  $m$ -ой строке стегоконтейнера, выполняется вычисление проекций  $\vec{a}_1$  и  $\vec{a}_2$  на собственные векторы  $\vec{q}_1^r$  и  $\vec{q}_2^r$  на основе соотношения (16), вычисляется проекция  $\vec{a}_{\max}$  и соответствующий собственный вектор  $\vec{q}^r$  на основании соотношений (17) и (18).

Извлечение внедренного символа из вектора  $\vec{x}_m$  осуществляется по следующему правилу:

$$\tilde{z}_m = \text{sign}(\vec{a}_{\max} \cdot \vec{q}^r). \quad (22)$$

Извлеченная биполярная последовательность символов преобразуется в последовательность битов:

$$\tilde{b}_m = \frac{\tilde{z}_m + 1}{2}, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (23)$$

### Вычислительные эксперименты

Для проверки работоспособности разработанного метода были проведены вычислительные эксперименты с целью оценивания скрытности внедрения данных и устойчивости внедренных данных к аддитивному равномерно распределенному шуму.

Исходное изображение, в которое будет скрытно внедряться контрольная информация, представим в виде матрицы  $F = \{f_{i,k}\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ . Стегоконтейнер (изображение с внедренной контрольной информацией) представим в виде матрицы  $\tilde{F} = \{\tilde{f}_{i,k}\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ .

Для оценивания искажения стегоконтейнера относительно исходного изображения в результате внедрения контрольной информации использованы следующие меры [Жиляков, Черноморец, Болгова, 2014; Старовойтов, 2018]:

– среднеквадратическое отклонение (СКО):

$$CKO = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N (\tilde{f}_{i,k} - f_{i,k})^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N (f_{i,k})^2}}; \quad (24)$$

– индекс структурного сходства (SSIM):

$$SSIM = \frac{(2\mu_F \mu_{\tilde{F}} + \beta_1)(2\sigma_{F,\tilde{F}} + \beta_2)}{(\mu_F^2 + \mu_{\tilde{F}}^2 + \beta_1)(\sigma_F^2 + \sigma_{\tilde{F}}^2 + \beta_2)}, \quad (25)$$

где:

$\mu_F$  и  $\mu_{\tilde{F}}$  – средние значения пикселей исходного изображения и стегоконтейнера;

$\sigma_F^2$  и  $\sigma_{\tilde{F}}^2$  – дисперсии исходного изображения и стегоконтейнера;

$\sigma_{F,\tilde{F}}$  – ковариация исходного изображения и стегоконтейнера;

$\beta_1$  и  $\beta_2$  – малые положительные константы.

В качестве контрольной информации для внедрения была использована фраза «Авторское право принадлежит Сидорову Ивану», преобразованная в биполярную последовательность  $z_m$ , размерностью 336 символов, на основании соотношения (15).

При проведении вычислительных экспериментов были использованы различные изображения, содержащие изображения гор, городских кварталов и лесов, размерностью  $512 \times 512$  пикселей, представленные на рис. 1.

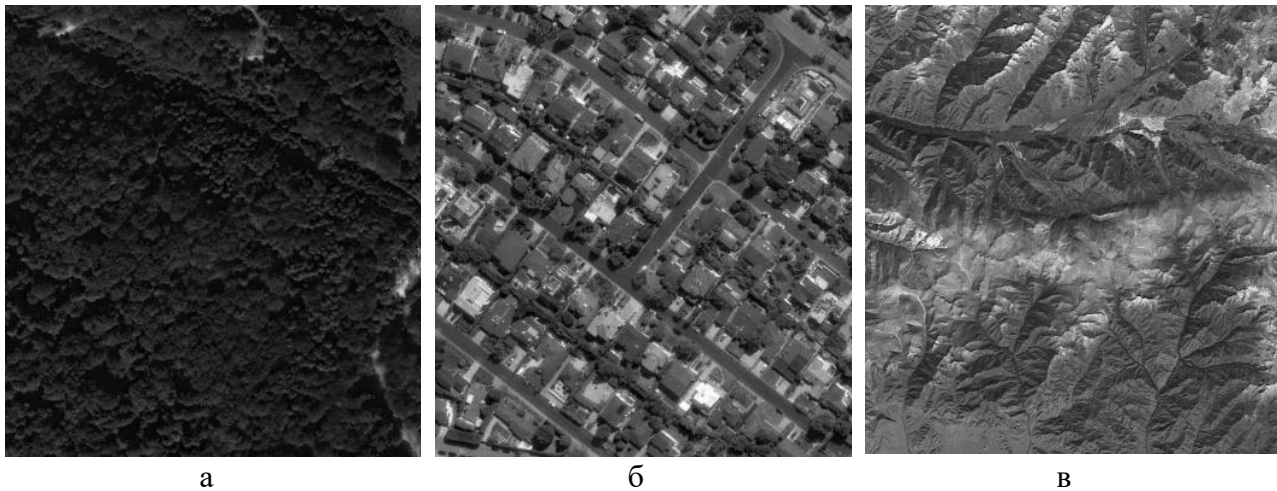


Рис. 1. Исходные изображения:  
а – лес; б – городские кварталы; в – горы  
Fig. 1. The original images:  
a – forest; б – city blocks; в – mountains

На рис. 2 приведены результаты внедрения контрольной информации в исходные изображения на основании разработанного метода.

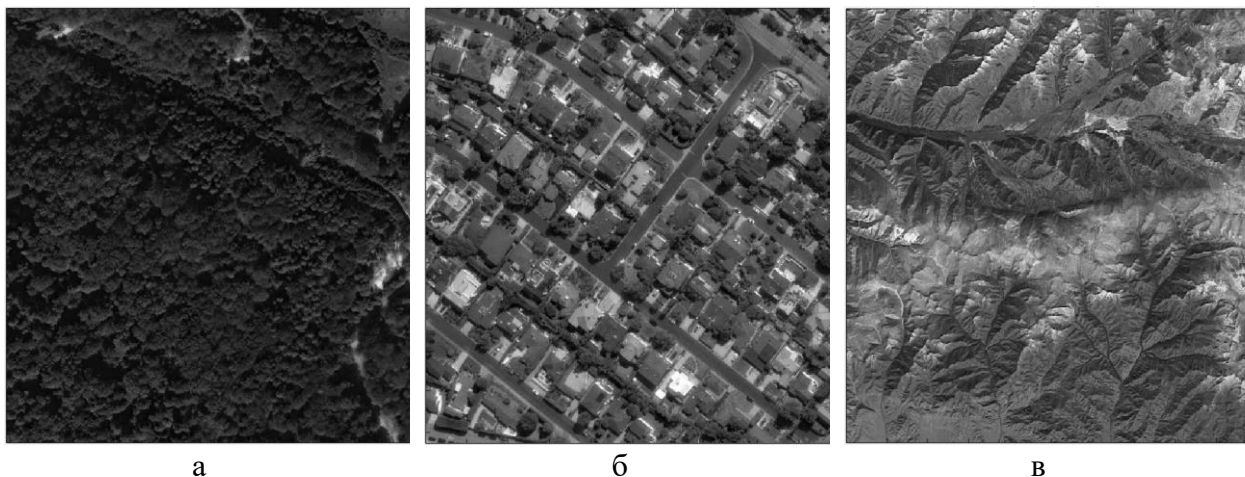


Рис. 2. Изображения (стегоконтейнеры), в которые выполнено внедрение контрольной информации в результате применения разработанного метода:

а – лес; б – городские кварталы; в – горы  
Fig. 2. Images (stegocontainers) in which control information has been implemented as a result of the developed method:  
a – forest; б – urban areas; в – mountains

Изображения, приведенные на рис. 2, иллюстрируют наличие в стегоконтейнере незначительных искажений отдельных строк после внедрения контрольной информации на основании разработанного метода.

При внедрении контрольной информации на основании разработанного метода в качестве вектора  $\vec{x}_m = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$ , в который осуществляется скрытное внедрение, рассматривается  $m$ -ая строка исходного изображения, длиной  $N = 512$ .

На основании соотношения (13) вычислена ширина каждой субполосы при  $J_1 = 2$ :

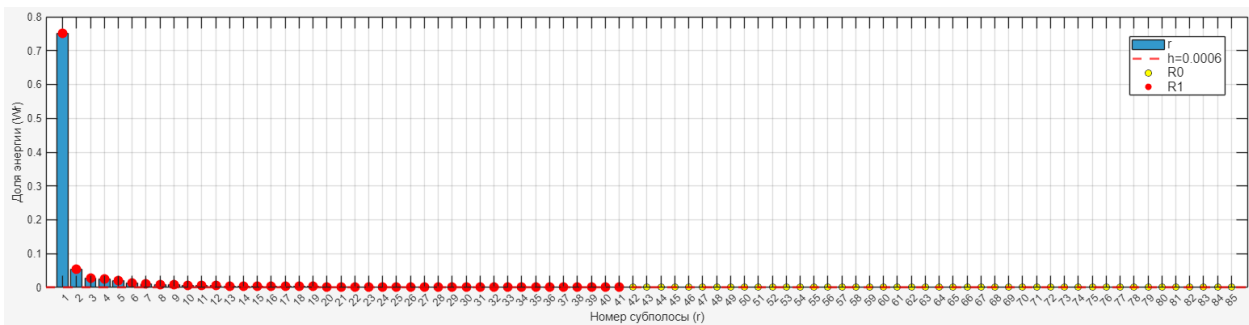
$$\Delta_\Omega = \frac{(J_1 + 4) \cdot \pi}{N} = \frac{(2 + 4) \cdot \pi}{512} = \frac{6\pi}{512} = 0,037.$$

Количество субполос  $R$  на основе соотношения (14) имеет следующее значение:

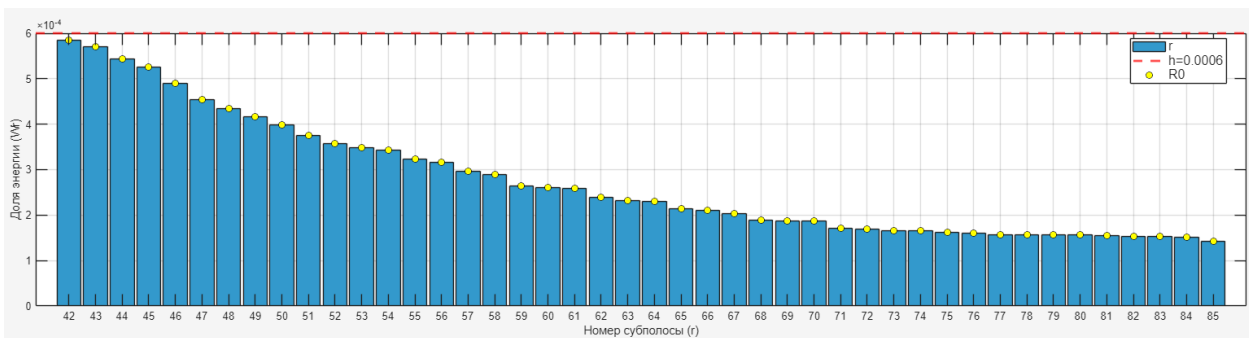
$$R = \left\lceil \frac{\pi}{\Delta_\Omega} \right\rceil = \left\lceil \frac{\pi}{0,037} \right\rceil = 85.$$

В качестве частотного интервала, в который осуществлялось скрытное внедрение, был выбран среднечастотный интервал, например, с порядковым номером 42.

В качестве примера, на рис. 3а приведено распределение по субполосам долей энергии  $W_r(\vec{x}_m)$  вектора, соответствующего 1-ой строке изображения, приведенного на рис. 1а. Интервалу с порядковым номером 42 соответствует доля энергии данной строки равная 0,0006, что может быть выбрано в качестве порогового значения  $h$  для выделения неинформативных субполос. На рис. 3б приведено распределение по неинформативным субполосам долей энергии анализируемого вектора.



а



б

Рис. 3. Распределение долей энергии  $W_r(\vec{x}_m)$ :

а – по всем субполосам; б – по неинформативным субполосам

Fig. 3. Distribution of energy fractions  $W_r(\vec{x}_m)$ :

a – over all sub-bands; б – over uninformative sub-bands

Для выбранной субполосы с номером 42 вычислены субполосная матрица  $A_r$  (5), наибольшие собственные числа  $\lambda_1^r$  и  $\lambda_2^r$  данной субполосной матрицы и соответствующие им собственные векторы  $\vec{q}_1^r$  и  $\vec{q}_2^r$ .

В табл. 1 приведены значения первых 5 вычисленных наибольших собственных чисел, иллюстрирующих справедливость утверждения, что при  $J_1 = 2$  обеспечивается наличие среди множества собственных чисел субполосной матрицы  $A_r$  не менее двух собственных чисел, близких к 1 ( $\lambda_1^r \approx \lambda_2^r \approx 1$ ).

Таблица 1  
Table 1

Наибольшие собственные числа субполосной матрицы  $A_r$   
 The largest eigenvalues of the subband matrix  $A_r$

$\lambda_1^r$	$\lambda_2^r$	$\lambda_3^r$	$\lambda_4^r$	$\lambda_5^r$
0.999	0.999	0.969	0.969	0.733

В табл. 2 приведены оценки искажения стегоконтейнера относительно исходного изображения в результате внедрения контрольной информации в изображения, приведенные на рис. 1.

Таблица 2  
Table 2

Оценки искажения стегоконтейнера относительно исходного изображения  
 Estimates of the distortion of the stegocontainer relative to the original image

Изображения	c	Оценки искажений	
		СКО	SSIM
Лес (рисунок 1а)	2	0.023	0.997
Городские кварталы (рисунок 1б)		0.017	0.994
Горы (рисунок 1в)		0.016	0.994

Данные, приведенные в табл. 2, иллюстрируют, что искажения стегоконтейнера относительно исходного изображения в результате скрытного внедрения контрольной информации на основании разработанного метода являются незначительными.

Для оценивания устойчивости разработанного метода к внешним разрушающим воздействиям проведены вычислительные эксперименты по анализу искажений извлеченных данных из стегоконтейнера, на который был наложен аддитивный равномерно распределенный шум.

Аддитивный равномерно распределенный шум имеет следующий вид:

$$\rho_{i,k} = \mu \cdot \eta_{i,k} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N (\tilde{f}_{i,k})^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N (\eta_{i,k})^2}}, \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (26)$$

где  $\eta_{i,k}$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , – набор псевдослучайных чисел с равномерным законом распределения,  $\mu$  – величина заданного отношения шум-сигнал.

Стегоконтейнер с аддитивным шумом представим в следующем виде:

$$\tilde{f}_{i,k}^* = \tilde{f}_{i,k} + \rho_{i,k}, \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (27)$$

Оценка искажения извлеченных данных вычислялась следующим образом:

$$V = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (\gamma_m), \quad (28)$$

где

$$\gamma_m = \begin{cases} 1, & \text{если } b_m \neq \tilde{b}_m; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Результаты оценивания искажения извлеченных из стегоконтейнера данных при аддитивном шуме с различной величиной отношения шум-сигнал представлены в табл. 3.

Таблица 3  
Table 3

Оценка  $V$  искажения извлеченных из стегоконтейнера данных при аддитивном шуме  
 Estimation of the  $V$  distortion of the data extracted from the stegocontainer with additive noise

Изображения	$c$	$\mu$									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
Оценка искажения извлеченных данных											
Лес (рисунок 1а)	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.01
Городские кварталы (рисунок 1б)		0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.01	0.01
Горы (рисунок 1в)		0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.01

Данные, приведенные в табл. 3, демонстрируют, что применение разработанного метода при  $c = 2$  позволяет безошибочно извлекать контрольную информацию из стегоконтейнера при наличии аддитивного шума с величиной до  $\mu \leq 0,07$ .

### Заключение

Таким образом, на основе субполосного анализа разработан метод скрытного субполосного внедрения контрольной информации в строки цифровых изображений.

Результаты проведенных вычислительных экспериментов продемонстрировали работоспособность разработанного метода скрытного субполосного внедрения. Было показано, что разработанный метод позволяет скрытно внедрять данные при незначительном искажении стегоконтейнера относительно исходного изображения и демонстрирует устойчивость извлечения данных в условиях внешних разрушающих воздействий в виде аддитивного шума.

### Список литературы

- Гантмахер Ф.Р. 1967. Теория матриц. М.: Наука, 574.
- Грибунов В.Г., Оков И.Н., Туринцев И.В. 2009. Цифровая стеганография. М.: Солон-Пресс, 272.
- Жиляков Е.Г. 2015. Оптимальные субполосные методы анализа и синтеза сигналов конечной длительности. *Автоматика и телемеханика*, 4: 51–66.
- Жиляков Е.Г. 2017. Построение трендов отрезков временных рядов. *Автоматика и телемеханика*, 3: 80–95.
- Жиляков Е.Г., Черноморец А.А., Голощапова В.А. 2011. Реализация алгоритма внедрения изображений на основе использования неинформационных частотных интервалов изображения-контейнера. *Вопросы радиоэлектроники*, 4(1): 96–104.
- Жиляков Е.Г., Черноморец А.А., Болгова Е.В. 2014. О разложении изображений по собственным векторам субполосных матриц. *Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика*, 15(186): 185–189.

- Жиляков Е.Г., Черноморец А.А., Болгова Е.В., Гахова Н.Н. 2014. Исследование устойчивости стеганографии в изображениях. *Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика*, 1(172): 168–174.
- Жиляков Е.Г., Бабаринов С.Л., Прохоренко Е.И., Чурсин Д.С. 2025. Основы обработки сигналов в рамках субполосных представлений. *Экономика. Информатика*, 52(1): 145–155.
- Конахович Г.Ф. 2006. Компьютерная стеганография. Теория и практика. М: МК–Пресс, 288.
- Лихолоб П.Г. 2018. Разработка и исследование субполосного метода и алгоритмов скрытного внедрения контрольной информации в отрезки речевых сигналов: специальность 05.13.17 «Теоретические основы информатики»: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 179.
- Старовойтов В.В. 2018. Уточнение индекса SSIM структурного сходства изображений. *Информатика*, 15(3): 41–55.
- Шелухин О.И., Канаев С.Д. 2024. Стеганография. Алгоритмы и программная реализация. М.: Горячая линия. Телеком, 592.
- Barni M., Bartolini F., Cappellini V., Piva Al., Rigacci F. 1998. A M.A.P. identification criterion for DCT-based watermarking. *Proceedings of the 9th European Signal Processing Conference*.
- Koh E. Zhao J. 1998. Towards reliable and hidden image copyright labeling. *IEEE Seminar on Nonlinear Signals and Processing*, 123–132.

## References

- Gantmacher F.R. 1967. Theory of matrices. Moscow: Nauka, 574.
- Gribunov V.G., Okov I.N., Turintsev I.V. 2009. Tsifrovaya steganografiya [Digital steganography]. Moscow: Solon-Press, 272.
- Zhilyakov E.G. 2015. Optimalnyye subpolosnyye metody analiza i sinteza signalov konechnoy dlitelnosti [Optimal subband methods for the analysis and synthesis of finite-duration signals]. *Automation and Telemekhanics*, 4: 51–66.
- Zhilyakov E.G. 2017. Postroyeniye trendov otrezkov vremennykh ryadov [Building trends of time series segments]. *Automation and Telemekhanics*, 3: 80–95.
- Zhilyakov E.G., Chernomoretz A.A., Goloshchapova V.A. 2011. Realizatsiya algoritma vnedreniya izobrazheniy na osnove ispolzovaniya neinformatsionnykh chastotnykh intervalov izobrazheniya-konteynera [Implementation of an image embedding algorithm based on the use of non-informational frequency intervals of a container image]. *Radio Electronics Issues*, 4(1): 96–104.
- Zhilyakov E.G., Chernomoretz A.A., Bolgova E.V. 2014. O razlozhenii izobrazheniy po sobstvennym vektoram subpolosnykh matrits [On the decomposition of images into eigenvectors of subband matrices]. *Scientific bulletin of Belgorod State University. Series: Economics. Computer Science*, 15(186): 185–189.
- Zhilyakov E.G., Chernomoretz A.A., Bolgova E.V., Gakhova N.N. 2014. Issledovaniye ustoychivosti steganografii v izobrazheniyakh [Investigation of the stability of steganography in images]. *Scientific bulletin of Belgorod State University. Series: Economics. Computer Science*, 1(172): 168–174.
- Zhilyakov E.G., Babarinov S.L., Prokhorenko E.I., Chursin D.S. 2025. Osnovy obrabotki signalov v ramkakh subpolosnykh predstavleniy [Fundamentals of signal processing in the framework of subband representations]. *Economy. Computer Science*, 52(1): 145–155.
- Konakhovich G.F. 2006. Kompyuternaya steganografiya [Computer steganography]. Theory and practice. Moscow: MK–Press, 288.
- Likholob P.G. 2018. Razrabotka i issledovaniye subpolosnogo metoda i algoritmov skrytnogo vnedreniya kontrolnoy informatsii v otrezki rechevykh signalov [Development and research of a subband method and algorithms for covertly embedding control information into segments of speech signals]: specialty 05.13.17 "Theoretical foundations of Computer Science": dissertation for the degree of Candidate of Technical Sciences: 179.
- Starovoitov V.V. 2018. Utochneniye indeksa SSIM strukturnogo skhodstva izobrazheniy [Refinement of the SSIM index of structural similarity of images]. *Computer Science*, 15(3): 41–55.
- Shelukhin O.I., Kanaev S.D. 2024. Steganografiya. Algoritmy i programmaya realizatsiya [Steganography. Algorithms and software implementation]. Moscow: Hotline. Telecom, 592.
- Barni M., Bartolini F., Cappellini V., Piva Al., Rigacci F. 1998. A.M.A.P. identification criterion for DCT-based watermarking. *Proceedings of the 9th European Signal Processing Conference*.
- Koh E. Zhao J. 1998. Towards reliable and hidden image copyright labeling. *IEEE Seminar on Nonlinear Signals and Processing*, 123–132.

**Конфликт интересов:** о потенциальном конфликте интересов не сообщалось.

**Conflict of interest:** no potential conflict of interest related to this article was reported.

Поступила в редакцию 19.12.2025

Поступила после рецензирования 15.01.2026

Принята к публикации 20.01.2026

Received December 19, 2025

Revised January 15, 2026

Accepted January 20, 2026

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

**Чурсин Дмитрий Сергеевич**, специалист по внедрению программных продуктов ООО «ГК ЦПС», Белгород, Россия

**Жиляков Евгений Георгиевич**, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информационно-телекоммуникационных систем и технологий, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород, Россия

**Черноморец Андрей Алексеевич**, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры прикладной информатики и информационных технологий, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Россия

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Dmitry S. Chursin**, Software Product Implementation Specialist, LLC "CPS Group of Companies", Belgorod, Russia

**Evgeniy G. Zhilyakov**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Information and Telecommunication Systems and Technologies, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russia

**Andrey A. Chernomorets**, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Applied Informatics and Information Technology, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russia