УДК 519.6,51.75
DOI 10.52575/2687-0932-2022-49-1-134-144

Аналитическая и компьютерная реализация моделей приближенного расчета вероятностных параметров краткосрочного страхования жизни

Сафина Г.Ф.
Нефтекамский филиал Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Башкирский государственный университет»,
Россия, Республика Башкортостан, 452680, г. Нефтекамск, ул. Трактовая, д. 1.
E-mail: safinagf@mail.ru

Аннотация. Работа посвящена практическому применению моделей краткосрочного страхования жизни. Приведены теоремы, на которых основаны приближенные методы расчета вероятностных характеристик суммарного иска и аналитические решения ключевых примеров, опирающихся на данные математические модели. Проведен сравнительный анализ результатов решений по моделям Пуассона и Гаусса. Показано применение более общей модели Гаусса к случаям разных групп застрахованных в страховых компаниях с различными условиями договоров страхования их жизни на 1 год. Алгоритмы решений реализованы также в компьютере – создан программный модуль для расчета вероятностных параметров суммарного иска: нетто-премии, реальной выплаты за страховку, страховой надбавки, относительной страховой надбавки. Коды программного модуля компилированы на объектно-ориентированном языке C# с использованием среды Visual Studio. Модуль проводит актуарные расчеты характеристик работы страховой компании при входных данных, таких как количество договоров, страховая сумма при наступлении страхового случая, вероятность предъявления требований и т. д. Применение программного модуля к таким вероятностным расчетам позволяет рационально использовать время работы страховых компаний и ускоряет принятие ими текущих решений, особенно в случаях реализации портфелей разных видов краткосрочного страхования.

Ключевые слова: модели краткосрочного страхования, вероятностные параметры, модель Пуассона, модель Гаусса, реальная плата за страховку, нетто-премия, Visual Studio, язык программирования C#, программный модуль, входные и выходные данные

Для цитирования: Сафина Г.Ф. 2022. Аналитическая и компьютерная реализация моделей приближенного расчета вероятностных параметров краткосрочного страхования жизни. Экономика. Информатика. 49(1): 134–144. DOI 10.52575/2687-0932-2022-49-1-134-144

Analytical and computer implementation models of approximate calculation of probabilistic parameters of short-term life insurance

Gulnara F. Safina
Neftekamsk branch of Bashkir State University,
1 Traktovaya St, Neftekamsk, 452680, Republic of Bashkortostan, Russia
E-mail: safinagf@mail.ru

Abstract. The work is devoted to the practical application of short-term life insurance models. Theorems are given on which approximate methods for calculating the probability characteristics of the summary risk and analytical solutions of key examples based on these mathematical models are based. A comparative analysis of the results of decisions on Poisson and Gauss models was carried out. The application of the more general Gauss model to cases of different groups of insured in insurance companies with different conditions of their life insurance contracts for 1 year is shown. Solution algorithms are also implemented in the computer – a software module has been created to calculate the probabilistic parameters of the total claim: net premium, real payment for insurance, insurance premium, relative insurance premium. Software module codes are compiled in object-oriented language C # using Visual Studio. The module allows you to carry out actuarial calculations of the characteristics of the work of the insurance company with input data, such as the number of contracts, the insurance amount in case of an insured event, the probability of presenting claims, etc. The application of the software module to such probabilistic calculations allows rational use of the operating time of insurance companies and accelerates their adoption of current decisions, especially in cases of implementation of portfolios of various types of short-term insurance.

Keywords: short-term insurance models, probabilistic parameters, Poisson model, Gauss model, real insurance fee, net premium, Visual Studio, C# programming language, software module, input and output

For citation: Safina G.F. 2022. Analytical and computer implementation models of approximate calculation of probabilistic parameters of short-term life insurance. Economics. Information technologies. 49(1): 134–144 (in Russian). DOI 10.52575/2687-0932-2022-49-1-134-144

Введение

Известно, что жизнь каждого человека связана с риском возможных различных потерь, среди которых особую роль следует отвести риску, сопряженным со случайностью наступления момента смерти. Учетом такого риска и моделированием в данной сфере занимается актуарная наука, которую можно отнести как к фундаментальной, так и прикладной математике.

Исследования научного и прикладного характера в актуарной сфере касаются многочисленных вопросов, причем делятся на базовые группы страхования: краткосрочное – не учитывающее условия изменчивости рынка и стоимости денежных сумм во времени, долгосрочное – учитывающее оба этих условия.

Теоретическим фундаментальным положениям актуарной математики со специфическими ее обозначениями как в теории краткосрочного, так и долгосрочного страхования жизни, посвящено большое количество научных трудов [Голубин, 2003; Гохман, 2008; Касимов, 2005; Фалин, 1994]. Эти труды рассматривают математические модели точного и приближенного расчета как индивидуального, так и суммарного иска страховых компаний. Особое внимание в актуарных трудах отводится риску, связанному с вероятностью разорения или неразорения страховых компаний, анализу таких рисковых характеристик, от которых зависит функционирование и успешная деятельность компаний [Шахов, 1999; Яковлева, Шевченко, 2003]. Практическому применению моделей страхования жизни, как точным, так и приближенным методам, посвящено также много исследований [Фалин, Фалин, 2002; Баскаков, Рябикин, Тихомиров, 2009; Сафина, 2013].

Понятно, что для страховых компаний существенный интерес и практическую значимость имеет именно суммарный иск, предъявляемый со стороны всех застрахованных лиц в данной компании. Для расчетов суммарного иска применимы как точные, так и приближенные методы. Но алгоритмы точного расчета суммарного иска даже с использованием программных средств часто приводят к проблемам расчетов: число застрахованных лиц в компании обычно велико, а вероятность смерти застрахованного в течение года очень мала [Сафина, 2020]. Поэтому для страховых компаний важно применение именно приближенных моделей и методов, учитывающих оба предыдущих обстоятельства.

Именно такому алгоритмическому применению приближенных методов посвящена данная работа. Приводится сравнительный анализ двух приближенных методов и показывается применение метода Гаусса к случаю использования портфелей с разными группами застрахованных лиц. К алгоритмическому решению приведена компьютерная реализация, позволяющая автоматизировать проводимые вероятностные расчеты.

Объекты и методы исследования

Рассмотрим стандартный случай страхования жизни человека на 1 год: трудоспособный человек возраста x лет обращается в страховую компанию и приобретает по договору страховой полис за p д. е., перекладывая риск, связанный со случайностью момента своей смерти, на страховую компанию. Риск же компании заключается в различном значении страховой выплаты (страховой премии) в течение следующего года договора: при наступлении страхового случая – b д. е., при ненаступлении – 0 д. е.

Т. к. предъявляемый индивидуальный иск в этих случаях различный, то его можно рассматривать дискретной случайной величиной X с соответствующим законом распределения [Фалин, 1994]:

$X = x_i$	0	b
$p_i = P(X = x_i)$	p_x	q_x

Здесь приняты обозначения: p_x – вероятность того, что застрахованный проживет следующий год страхования жизни (страховой случай не наступит), а $q_x = 1 - p_x$ – вероятность смерти застрахованного в течение года (страховой случай наступит).

На практике чаще возникает не описанный простейший случай страхования, а более общий, подразумевающий в договоре страхования разные выплаты b_i $(i = \overline{1;n})$ при возможности вариантов наступления страхового случая, например, по болезни, при несчастном случае и т. д. Закон распределения индивидуального иска в таких случаях примет вид:

$X = x_i$	0	b_1	b_2	$\ldots$	b_n
$p_i = P(X = x_i)$	p_x	q_{1x}	q_{2x}	$\ldots$	q_{nx}

Для индивидуального иска, как и для любых дискретных случайных величин, приняты обозначения и понятия числовых характеристик [Сафина, 2013; Ахтямов, 2005]:

– математическое ожидание – средняя величина убытка:

$$EX = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i \,; \tag{1}$$

– дисперсия – разброс значений иска от среднего убытка:

$$VarX = EX^2 - (EX)^2, \quad \text{где} \quad EX = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i, \quad EX^2 = \sum_{i=1}^{\infty} x^2{}_i p_i \,; \tag{2}$$

– среднее квадратическое отклонение $\sqrt{VarX}$ – величина, на которую отличаются значения иска от среднего убытка с одного застрахованного.

Приняты также следующие расчетные параметры для индивидуального иска:

– нетто-премия p_0 – сумма (д. е.), обеспечивающая нулевой доход компании от одного иска

$$EX = p_0 \,; \tag{3}$$

– брутто-премия p – реальная плата за страховку;

– страховая l и относительная страховая θ надбавки – суммы (д. е.), покрывающие текущие расходы страховой компании:

$$l = p - p_0 \,; \tag{4}$$

$$\theta = \frac{l}{p_0} = \frac{p - p_0}{p_0}. \tag{5}$$

Сумма выплат по всем N договорам называется суммарным иском и тоже является случайной величиной

$$S = X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_N = \sum_{i=1}^{N} X_i \,. \tag{6}$$

Функция распределения суммарного иска (6), т. е. $P(S \le u)$ (u – капитал компании), задает вероятность неразорения страховой компании и играет важную роль для принятия вероятностных решений.

Для суммарного иска существуют аналогичные (1)–(3) числовые характеристики – средний суммарный иск, суммарная дисперсия и суммарное среднее квадратическое отклонение, которые задаются формулами, соответственно: $ES = N \cdot EX_i$, $VarS = N \cdot VarX_i$, $\sqrt{VarS}$. Определяются также вероятностные параметры, такие как суммарная страховая надбавка и относительная суммарная страховая надбавка:

$$l_S = Np - Np_0 = N(p - p_0); \tag{7}$$

$$\theta_S = \frac{l_s}{Np_0} = \frac{N(p-p_0)}{Np_0} = \frac{p-p_0}{p_0}. \tag{8}$$

Причем (8) показывает, что относительная страховая надбавка θ является одинаковой как для индивидуального, так и для суммарного исков.

Расчет суммарного иска (6), т. е. составление его закона распределения, а также функции распределения как вероятностной характеристики, удобно проводить как суммы случайных величин только при небольшом числе застрахованных в страховой компании. В работе [Сафина, 2013] рассмотрены такие методы точного расчета, как метод сумм и метод производящей функции. При большом числе застрахованных лиц ($N \to \infty$) методы точного расчета ведут к проблеме больших вычислений с малой вероятностью, даже с использованием программ. Такие проблемы можно решить приближенными методами расчета суммарного иска. Действительно, при росте числа застрахованных вероятность $P(S \le u)$ неразорения страховой компании (функция распределения суммарного иска) имеет определенный предел, который и лежит в основе приближений суммарного иска.

Результаты и их обсуждение

Приближение Пуассона для суммарного иска применяется при простейшем виде краткосрочного страхования жизни (страховой случай наступит или не наступит) и основано на соответствующей теореме [Ахтямов, 2005].

Теорема Пуассона. Если случайные величины – индивидуальные иски X_i $(i = \overline{1;N})$ – одинаково распределены, независимы и принимают значения 0 (страховой случай не наступил) и 1 (страховой случай наступил) с соответствующими вероятностями $P(X_i = 0) = p_x$ и $P(X_i = 1) = q_x$, то при $N \to \infty$ и $\lambda = N \cdot EX_i$ функция распределения суммарного иска имеет предел, равный

$$P(X_1 + X_2 + ... + X_N = k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}. \tag{9}$$

В (9): λ – множитель Пуассона, значения которого собраны в таблицы в соответствии с капиталом страховой компании (квантилью $x_\alpha = u$), обеспечивающим вероятность неразорения компании порядка (не менее) $\alpha\%$, т. е. $P(S < x_\alpha) \ge \alpha$. Приведена таблица 1 для $\alpha = 95\%$.

Приближенную модель Пуассона рассмотрим на численной задаче.

Задача 1. Страховая компания реализует простейшие договора со страховой выплатой в размере 250 тысяч рублей при наступлении страхового случая. На этих условиях застраховано 3000 человек возраста 30–40 лет. Необходимо рассчитать нетто-премию и реальную сумму страхового полиса, а также страховые надбавки при условии Пуассоновского приближения суммарного иска и вероятности неразорения компании 95 %.

Таблица 1
Table 1

Значения квантилей для распределения Пуассона при $\alpha = 95\%$
Quantile values for Poisson distribution at $\alpha = 95\%$

λ	x_α	$P(S < x_\alpha)$	λ	x_α	$P(S < x_\alpha)$
0,8	2	95,26 %	5	9	96,82 %
0,9	3	98,85 %	6	10	95,74 %
1	3	98,10 %	7	12	97,30 %
2	5	98,34 %	8	13	96,58 %
3	5	96,65 %	9	14	96,55 %
4	8	97,86 %	10	15	95,13 %

Решение. По условию имеем: N =3000 человек, $\alpha = 95\%$. По статистическим таблицам продолжительности жизни определяем также, что $q_{30-40} \approx 0,003$. За одну условную единицу примем: 1 у. е.= 250 тыс. руб. Тогда для каждого индивидуального иска X_i имеем:

$X = x_i$	0	1
$p_i = P(X = x_i)$	0,997	0,003

Определим множитель Пуассона (из (1), (3), (9)): $\lambda = N \cdot EX_i = 9$ у.е. Далее с учетом таблицы 1 находим соответствующий наименьший капитал (квантиль): $x_\alpha = U = 14$ у. е.

Тогда реальная выплата за страховку будет равна (отношение капитала к числу застрахованных): $p = \frac{u}{N} = \frac{x_\alpha}{N} = \frac{14}{3000} = 0,004(6)$ у. е. или $p = 0,0047 \cdot 250000 = 1161$ руб.

С учетом (3) определим также нетто-премию:

$p_0 = EX_i = 0 \cdot 0,997 + 1 \cdot 0,003 = 0,003$ у. е. или $p_0 = 0,003 \cdot 250000 = 750$ руб.

По (4) и (5) рассчитаем страховую надбавку и относительную страховую надбавку:

$l = p - p_0 = 1175 - 750 = 425$ руб., $\theta = \frac{l}{p_0} = \frac{p - p_0}{p_0} = \frac{425}{750} = 0,56 = 56\%.$

Найдем также по (8) и (9) вероятностные параметры для суммарного иска:

$l_S = N(p - p_0) = 3000 \cdot 425 = 1275$ тыс. руб., $\theta_S = 0,56 = 56\%.$

Остановимся теперь на приближении Гаусса для суммарного иска. Оно также основано на теореме из теории вероятностей, а именно на центральной предельной теореме, и по сравнению с приближением Пуассона оно применимо для более общих страховых вариантов [Ахтямов, 2005].

Теорема Гаусса: Если случайные величины – индивидуальные иски X_i $(i = \overline{1;N})$ – одинаково распределены, независимы и имеют числовые характеристики $EX_i = a$, $VarX_i = \sigma^2$, то при $N \to \infty$ функция распределения центрированной и нормированной случайной величины $Z = \frac{S - ES}{\sqrt{VarS}}$ имеет предел, равный

$$P(Z \le x) = P\left(\frac{S - ES}{\sqrt{VarS}} \le x\right) \approx \Phi(x), \quad (10)$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ – интегральная функция Лапласа.

Из теоремы следует, что если есть портфель из одинаковых договоров страхования жизни на 1 год, т. е. индивидуальные иски имеют одинаковые законы распределений (независимо от вида распределения: биномиальное, равномерное, геометрическое и т. д.), то суммарный иск S, содержащийся в величине Z из (10), имеет обязательно нормальное (гауссовское) распределение.

Для приближения Гаусса также существует таблица квантилей, как и для приближения Пуассона. В данном приближении наименьший капитал (квантиль) определяется как корень уравнения $\Phi(x_\alpha)=\alpha$. В таблице 2, например, приведены значения наименьшего капитала, соответствующие вероятности неразорения [95 %; 99 %].

Таблица 2
Table 2

Значения квантилей в приближении Гаусса
The values of the quantiles in the approximation of Gauss

α	99 %	98 %	97 %	96 %	95 %
x_α	2,33	2,05	1,88	1,75	1,645

Применение данного приближения покажем на условиях задачи 1. Т. к. в приближении Гаусса суммарный иск и его характеристики содержатся в случайной величине Z из (10), то найдем числовые характеристики индивидуальных исков и суммарного иска:

$$EX_i = 0{,}003 \text{ у.е.}; \quad VarX_i = EX_i^2 - (EX_i)^2 = 0{,}0029 \text{ у.е.}; \quad ES = N \cdot EX_i = 9 \text{ у.е.};$$

$$VarS = N \cdot VarX_i = 8{,}9 \text{ у.е.}$$

Тогда с учетом вероятности неразорения компании 95 %, т. е. $P(S<u)\approx 95\%$ подведем данную вероятность к величине Z приближения Гаусса:

$$P\left(S \le u\right) = P\left(\frac{S-ES}{\sqrt{VarS}} \le \frac{u-ES}{\sqrt{VarS}}\right) \approx \Phi(x), \quad \text{где} \quad x = \frac{u-ES}{\sqrt{VarS}}.$$

В приближении Гаусса квантиль x_α находим как корень уравнения $\Phi(x_\alpha)=\alpha$, тогда имеем: $\frac{u-ES}{\sqrt{VarS}} = x_{95\%}$. По таблице 2 находим соответствующий квантиль: $x_{95\%}=1{,}645$, и с учетом значений $ES=9$, $VarS_N=8{,}9$ определим капитал компании: $\frac{u-9}{\sqrt{8{,}9}}=1{,}645$ или $u=13{,}77$ у. е. Остается рассчитать реальную выплату за страховку и нетто-премию:

$$p=\frac{13{,}77}{3000}=0{,}0046 \text{ у.е., или } p=0{,}0046\cdot 250000=1150 \text{ руб.}$$

$$p_0=EX_i=0{,}003 \text{ у.е., или } p_0=0{,}003\cdot 250000=750 \text{ руб.}$$

Если сравнивать результаты решения задачи 1 двумя приближениями суммарного иска, то видим, что нетто-премия одна и та же в обоих случаях и равна 750 рублей. Реальная же выплата за страховой полис отличается: в приближении Пуассона составляет 1161 руб. Такое небольшое различие в результатах объясняется промежуточными приближениями в выполняемых расчетах по моделям, а также приведением коэффициента Пуассона к целому значению для подведения к существующим таблицам значений квантилей и множителей.

Остановимся далее на возможности применения приближения Гаусса к более широкому классу задач страхования, связанной с различными портфелями страхования жизни. При решении такого класса задач используется ранее учтенный момент о равенстве относительной страховой надбавки $\theta=\theta_S$ как для индивидуальных исков, так и для суммарного иска.

При реализации страховой компанией разных групп договоров страхования жизни с различными условиями находится относительная страховая надбавка по определяемым числовым характеристикам суммарного иска:

$$\theta=\frac{x_\alpha\sqrt{VarS}}{ES}. \tag{11}$$

Формула (11) следует из (10): $\frac{u-ES}{\sqrt{VarS}}=x_\alpha$, откуда $u=x_\alpha\sqrt{VarS}+ES$. В последнем выражении: $ES=N\cdot EX_i=p_0^s$ – нетто-премия суммарного иска, $x_\alpha\sqrt{VarS}=l_S$– страховая надбавка также суммарного иска. Тогда с учетом (8) получим (11). Далее с помощью (5) выразим реальную плату за страховку: $p-p_0=\theta p_0$ или $p=p_0(1+\theta)$. Последнее равенство для каждой группы застрахованных примет вид:

$$p^{(k)}=p_0^{(k)}(1+\theta)=EX_i^{(k)}(1+\theta), \tag{12}$$

где k – номер группы застрахованных лиц.

Рассмотрим и решим теперь актуарную задачу в случае разных групп застрахованных.

Задача 2. Страховая компания имеет 2 портфеля договоров краткосрочного страхования с различными условиями. Для первой группы застрахованных страховая выплата составляет 150 тысяч рублей в случае смерти по возрасту (от естественных причин) и 450 тысяч рублей при смерти от несчастного случая. Для второй группы выплаты по аналогичным страховым случаям, соответственно, равны 200 тысяч рублей и 650 тысяч рублей. Договоры первого вида (первого портфеля) составлены с 5 тысячами застрахованных лиц, второго вида (второго портфеля) – с 3 тысячами. Известны также: вероятность смерти по достижению возраста для первой группы составляет 0,05, для второй – 0,002, вероятности смерти от несчастного случая, соответственно для групп, равны – 0,01 и 0,05. Необходимо определить вероятностные суммы для каждой группы застрахованных лиц при Гауссовском приближении суммарного иска и вероятности неразорения страховой компании 97 %.

Решение. Имеем по условиям портфелей (договоров) следующие данные: $N_1=5$ тыс. чел., $N_2=3$ тыс. чел., 1 у.е. = 50 тыс. руб., $\alpha=97\%$, а также следующие законы распределений групп индивидуальных исков:

$X_i^{(1)}:\ x_i$	0	3	9
p_i	0,94	0,05	0,01

$X_i^{(2)}: x_j$	0	4	7
p_j	0,948	0,002	0,05

Найдем числовые характеристики индивидуальных исков для каждого портфеля по отдельности и затем числовые характеристики суммарного иска с учетом обоих портфелей. Имеем:

$$EX_i^{(1)}=0{,}24 \text{ у.е.},\ VarX_i^{(2)}=2{,}482-0{,}358^2=2{,}3538 \text{ у.е.},$$

$$EX_i^{(2)}=0{,}358 \text{ у.е.},\ VarX_i^{(1)}=1{,}26-0{,}24^2=1{,}2024 \text{ у.е.},$$

$$ES=N_1EX_i^{(1)}+N_2EX_i^{(2)}=5000\cdot0{,}24+3000\cdot0{,}358=2274 \text{ у.е.},$$

$$VarS=N_1VarX_i^{(1)}+N_2VarX_i^{(2)}=5000\cdot1{,}2024+3000\cdot2{,}3538=13073{,}51 \text{у.е.}$$

По таблице 2 с учетом $\alpha=97\%$ определяем квантиль: $x_\alpha=1{,}88$. С учетом (11) рассчитываем относительную страховую надбавку:

$$\theta=\frac{x_\alpha\sqrt{VarS}}{ES}=\frac{1{,}88\cdot\sqrt{13073{,}51}}{2274}=0{,}095.$$

Тогда по (12) для каждой группы застрахованных лиц имеем следующие реальные платы за страховки и нетто-премии:

$p^{(1)}=EX_i^{(1)}(1+\theta)=0{,}2627$ у.е., или $p^{(1)}\approx13137$ руб.;

$p^{(2)}=EX_i^{(2)}(1+\theta)=0{,}3918$ у.е., или $p^{(2)}\approx19592$ руб.

$p_0^{(1)}=EX_i^{(1)}=0{,}24\cdot50000=12000$ руб., $p_0^{(2)}=EX_i^{(2)}=0{,}358\cdot50000=17900$ руб.

Приведем теперь компьютерную реализацию рассмотренных приближений суммарного иска. Для автоматизации проводимых актуарных расчетов разработан программный модуль в среде Visual Studio. Среда содержит удобный встроенный редактор исходного кода, который можно дополнять наборами новых необходимых инструментов и расширять тем самым функционал среды. Среда хорошо совмещается с Windows XP и Windows 8, а также для запуска под Windows позволяет компилировать приложения на различных языках, в том числе C++, Visual Basic и C# [Фримен, 2014]. Коды программы реализованы на языке C#.

Модуль содержит две основные формы – окна. Первая из них позволяет проводить автоматизированные расчеты вероятностных параметров в случае одного портфеля договоров по приближенным методам Пуассона и Гаусса. Входными данными являются количество договоров, прописанные в страховом договоре суммы выплат при случаях смерти по возрасту или несчастному случаю, а также вероятности смерти застрахованных лиц в течение года (среднестатистические таблицы, содержащиеся в общих и специализированных таблицах продолжительности жизни).

Выходными данными являются вероятностные параметры: обеспечиваемая вероятность неразорения компании, реальная плата за страховку, нетто-премия, страховая надбавка, позволяющие гарантировать соответствующую вероятность неразорения страховой компании. Причем форма содержит отдельные кнопки для расчетов тем или иным приближенным методом, что позволяет сравнивать результаты расчетов.

Данное же окно позволяет проводить расчеты как по отдельным предъявляемым индивидуальным искам, так и по искам от всех застрахованных лиц, т. е. для суммарного иска. Таблицы квантилей для расчетов методом Пуассона или методом Гаусса заданы в коде программы.

Окно второй формы модуля рассчитано на применение модели Гаусса в случаях двух и более портфелей страховых договоров, т. е. при различных группах застрахованных лиц с разными условиями страхования и возможных выплат по полисам. Выходными данными в этой форме являются вероятностные расчеты для каждой группы в отдельности, а также для всех групп договоров в среднем.

На рисунках 1 и 2 представлены результаты тестирования программного модуля по условиям представленных выше задач. Результаты тестирования совпадают с проведенными выше аналитическими решениями задач.

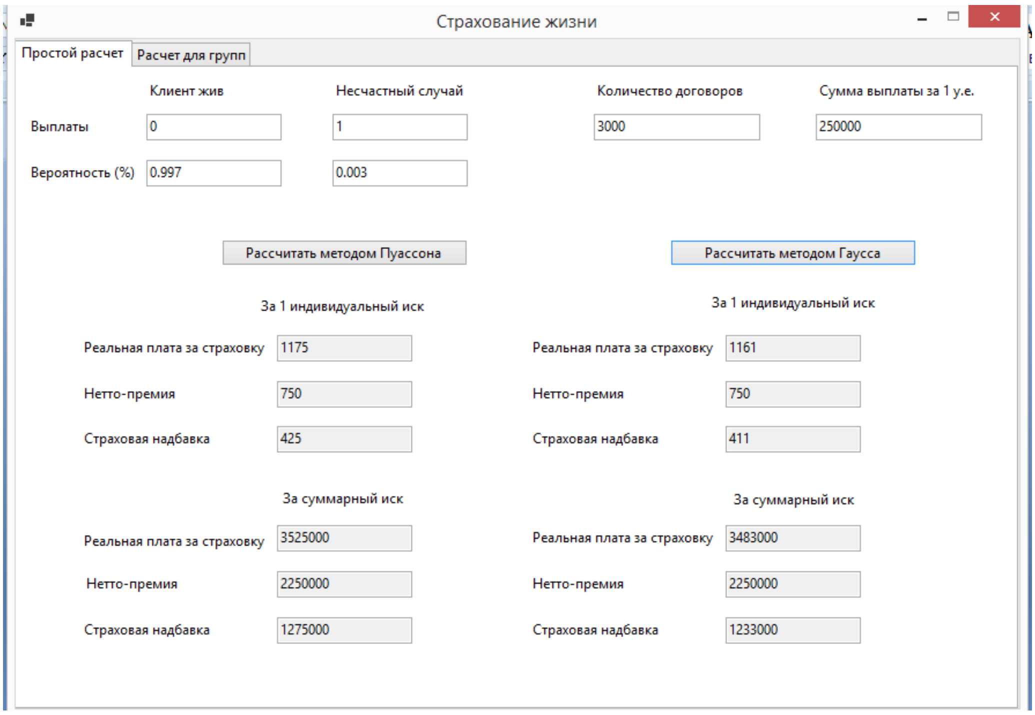

Рис. 1. Результаты решения задачи 1 в программном модуле приближенными методами Пуассона и Гаусса
Fig. 1. Results of solving task 1 in the software module using approximate methods Poisson and Gauss

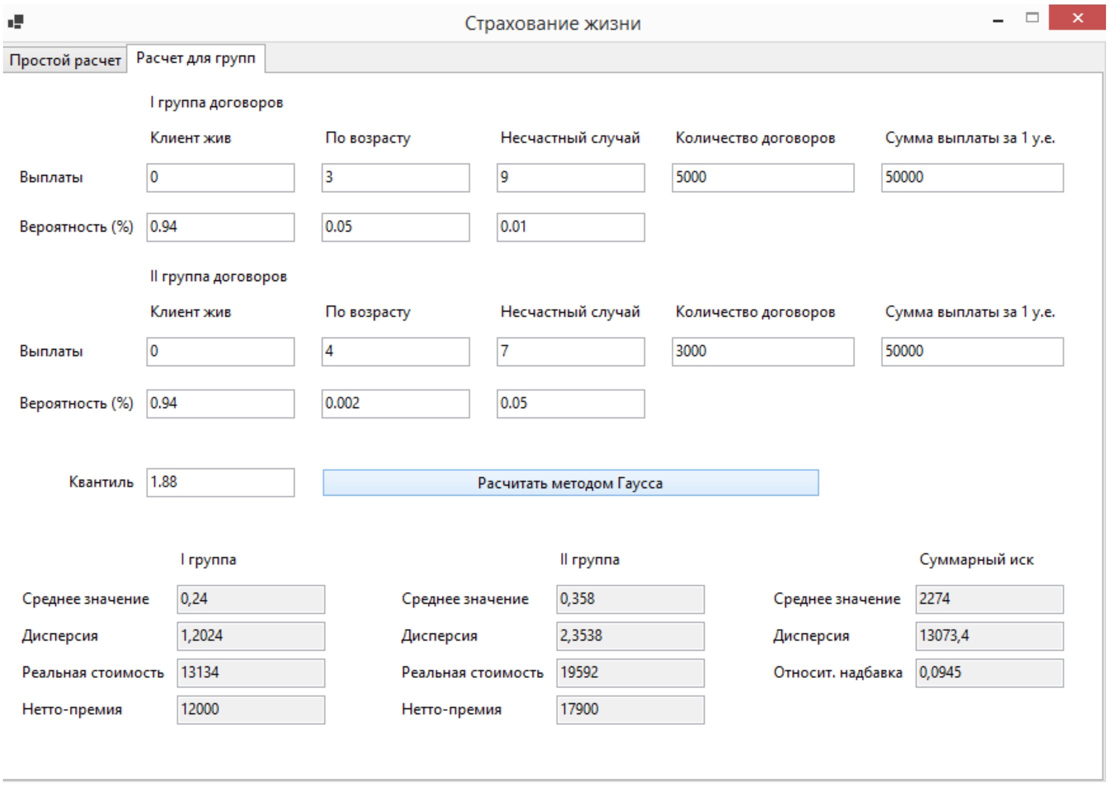

Рис. 2. Результаты решения задачи 2 в программном модуле приближенным методом Гаусса
Fig. 2. Results of solution of problem 2 in software module by approximate Gauss method

Заключение

В работе рассмотрены основные понятия, связанные с теорией и практикой краткосрочного страхования жизни, проанализированы приближенные модели суммарного иска в случаях большого числа застрахованных в страховых компаниях лиц. Разобраны алгоритмические решения ключевых страховых случаев с применением приближенных моделей суммарного иска: модели Пуассона и модели Гаусса. Приведены расчеты основных параметров, таких как реальная выплата за страховку, нетто-премия, страховая надбавка, позволяющих гарантировать необходимую вероятность неразорения страховой компании, ведущей к успешному ее функционированию.

С использованием моделей приближения суммарного иска разработан программный продукт, позволяющий автоматизировать численные расчеты. Модуль рассчитан не только на один портфель договоров страхования жизни, но и на разные группы портфелей договоров (с различными условиями страхования), чаще реализуемые страховыми компаниями. Продукт разработан в среде Visual Studio с кодом на языке C#. Результаты расчетов с применением программного модуля идентичны аналогичным аналитическим расчетам. В то же время применение модуля позволяет получить результаты практически сразу же после введения входных данных из условий договоров страхования жизни и выбора приближенной модели расчета.

Практическая значимость разработанного компьютерного продукта состоит в автоматизации расчетов, и соответственно, сокращении времени принятия решений по текущим актуарным расчетным вопросам. Использование среды Visual Studio с его функциональными возможностями и встроенными кодами подтверждает универсальность ее применения для широкого класса проблем, в том числе для задач актуарной математики.

Список литературы

Ахтямов А.М. 2005. Теория вероятностей и случайных процессов. Уфа: РИО БашГУ, 304.

Баскаков В.Н., Рябикин В.И., Тихомиров С.Н. 2006. Страхование и актуарные расчеты. М., Экономистъ, 464.

Голубин А.Ю. 2003. Математические модели в теории страхования: построение и оптимизация. М., Анкил, 160.

Гохман В.С. 2008. Страхование жизни. Теория и практика актуарных расчетов. М., Госфиниздат, 140с.

Касимов Ю.Ф. 2005. Введение в актуарную математику (страхование жизни и пенсионных схем). М, Анкил, 176.

Сафина Г.Ф. 2013. Вероятностные задачи актуарной математики. Уфа: РИЦ БашГУ, 137 с.

Сафина Г.Ф., Садрисламова А.Р. 2020. Применение математического пакета к приближенным моделям страхования жизни. Заметки ученого. 9: 78–82.

Фалин Г.И. 1994. Математический анализ рисков в страховании. М., Российский юридический издательский дом «Москва», 130.

Фалин Г.И., Фалин А.И. 2002. Актуарная математика в задачах: учебное пособие по курсу «Математические модели в страховании жизни», 1-е издание. М.: МАКС Пресс, 134.

Фримен А. 2014. ASP.NET 4.5 с примерами на C# 5.0 для профессионалов. М.: Вильямс, 73.

Шахов В.В. 1999. Введение в страхование. М., Финансы и статистика, 288.

Яковлева Т.А., Шевченко О.Ю. 2003. Страхование. М., Юрист, 217.

References

Akhtyamov A.M. 2005. Teoriya veroyatnostej i sluchajnyh processov [Theory of probabilities and random processes]. Ufa, RIO Bashgu, 304.

Baskakov V.N., Ryabikin V.I., Tikhomirov S.N. 2006. Strahovanie i aktuarnye raschety. [Insurance and actuarial calculations]. Moscow, Economist, 464.

Golubin A.Yu. 2003. Matematicheskie modeli v teorii strahovaniya: postroenie i optimizaciya [Mathematical models in the theory of insurance: construction and optimization.] Moscow: Ankil, 160.

Gokhman V.S. 2008. Strahovanie zhizni. Teoriya i praktika aktuarnyh raschetov [Life insurance. Theory and practice of actuarial calculations]. Moscow: Gosfinizdat, 140.

Kasimov Yu.F. 2005. Vvedenie v aktuarnuyu matematiku (strahovanie zhizni i pensionnyh skhem) [Introduction to actuarial mathematics (life insurance and pension schemes)]. Moscow: Ankil, 176.

Safina G.F. 2013. Veroyatnostnye zadachi aktuarnoj matematiki [Probabilistic problems of actuarial mathematics]. Ufa: RIC Bashgu, 137.

Safina G.F., Sadrislamova A.R. 2020. Primenenie matematicheskogo paketa k priblizhennym modelyam strahovaniya zhizni [Application of a mathematical package to approximate life insurance models]. Scientist's notes. 9: 78–82.

Falin G.I. 1994. Matematicheskij analiz riskov v strahovanii [Mathematical analysis of risks in insurance]. Moscow: Russian Legal Publishing House «Moscow», 130.

Falin G.I., Falin A.I. 2002. Aktuarnaya matematika v zadachah [Actuarial mathematics in problems]. Moscow: MAKS Press, 134.

Freeman A. 2014. ASP.NET 4.5 s primerami na C# 5.0 dlya professionalov [ASP.NET 4.5 with examples in C# 5.0 for professionals]. Moscow: Williams, 73.

Shakhov V.V. 1999. Vvedenie v strahovanie [Introduction to insurance]. Moscow: Finance and Statistics, 288.

Yakovleva T.A., Shevchenko O.Yu. 2003. Strahovanie [Insurance]. Moscow: Yurist, 217.

Конфликт интересов: о потенциальном конфликте интересов не сообщалось.
Conflict of interest: no potential conflict of interest related to this article was reported.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Сафина Гульнара Фриловна, кандидат физико-математических наук, доцент, декан экономико-математического факультета, доцент кафедры математического моделирования и информационной безопасности, Нефтекамский филиал Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Башкирский государственный университет», г. Нефтекамск, Республика Башкортостан, Россия

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Gulnara F. Safina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Dean of the Faculty of Economics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Mathematical Modeling and Information Security, Neftekamsk branch of Bashkir State University, Neftekamsk, Republic of Bashkortostan, Russia