

УДК 621.397

DOI 10.52575/2687-0932-2021-48-4-747-763

Субполосные свойства фрагментов изображений морской поверхности

¹⁾ Голиков В.С., ²⁾ Черногорец Д.А.

¹⁾ Автономный университет, Кармен, Мехико

²⁾ Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
Россия, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85

E-mail: daria013ch@yandex.ru

Аннотация. В работе оценивание различий субполосных свойств областей изображений морской поверхности предложено осуществлять путем сравнения распределения информативных долей квадрата нормы соседних областей изображения, а также сравнения отличий соседних областей и их информативных субполосных компонент на основании значений соответствующих среднеквадратических отклонений и коэффициентов корреляции. Приведены соотношения для вычисления информативных подобластей пространственных частот заданных изображений и соответствующих информативных субполосных компонент, а также соотношения, позволяющие вычислить на основе среднеквадратического отклонения и коэффициента корреляции анализируемые меры отличия заданных матриц. Проведенные вычислительные эксперименты показали, что значения рассматриваемых мер отличия при анализе заданных центральной и соседних областей различных размеров изменяются несущественно. На примере гистограмм показано, что наличие или отсутствие малозаметного объекта на изображениях анализируемых областей изменяет распределение значений исследуемых мер отличия незначительно.

Ключевые слова: изображение морской поверхности, соседние области изображения, субполосные свойства, информативные подобласти пространственных частот, информативные субполосные компоненты, мера отличия.

Для цитирования: Голиков В.С., Черногорец Д.А. 2021. Субполосные свойства фрагментов изображений морской поверхности. Экономика. Информатика. 48(4): 747–763. DOI: 10.52575/2687-0932-2021-48-4-747-763.

The subband properties of the sea surface image fragments

¹⁾ Viktor S. Golikov, ²⁾ Daria A. Chernomorets

¹⁾ Autonomous University, Carmen, Mexico

²⁾ Belgorod National Research University, 85 Pobeda St, Belgorod, 308015, Russia

E-mail: daria013ch@yandex.ru

Abstract. In this paper, author proposes to evaluate the differences in the subband properties of the sea surface image areas by comparing the distribution of informative parts of the squared norm of the adjacent image areas as well as comparing the differences between adjacent areas and their informative subband components based on the values of the corresponding standard deviations and the correlation coefficients. The author gives ratios for calculating the informative spatial frequencies subdomains of the given images and the corresponding informative subband components, as well as the ratios that allow calculating the analyzed measures of the given matrices difference on the basis of the standard deviation and the correlation coefficient. The conducted computing experiments have shown that the values of the considered measures of difference do not change significantly when analyzing the given central and adjacent areas of various sizes. Using the example of histograms, author shows that the presence or absence of an inconspicuous object in the analyzed image areas changes the values distribution of the studied difference measures slightly.

Keywords: image of the sea surface, adjacent image areas, subband properties, informative subdomains spatial frequencies, informative subband components, measure of difference.

For citation: Golikov V.S., Chernomorets D.A. 2021. The subband properties of the sea surface image fragments. Economics. Information technologies. 48(4): 747–763 (in Russian). DOI: 10.52575/2687-0932-2021-48-4-747-763.

Введение

Обработка изображений взволнованной морской поверхности с целью обнаружения изображений плавающих малозаметных объектов является важной задачей при организации систем наблюдения в прибрежной зоне, организации поиска объектов в открытом море с помощью различных летательных аппаратов и т. п. Одна из проблем данной задачи обнаружения состоит в том, что яркость пикселей на изображениях малозаметных плавающих объектов мало отличается от яркости пикселей изображений моря. В настоящее время предложены различные методы обнаружения на изображениях объектов, плавающих на морской поверхности, среди них выделим следующие: методы, основанные на вычислении согласованного подпространственного детектора, методы поиска особенных точек, методы поиска по прецеденту, статистические и нейросетевые методы и др. [Golikov et al., 2016; Krizhevsky et al., 2012.; Жилияков, 2007].

Отметим, для применения многих известных методов обнаружения объектов требуется наличие сведений об их форме, размерах и других характеристиках. Однако в большинстве случаев сведения об искомом объекте отсутствуют. В известных методах также зачастую требуется, чтобы объект контрастировал с фоном, что в случае малозаметных объектов не выполняется. Таким образом, объект целесообразно искать, исходя из отличий его изображений от изображений морской поверхности [Golikov, Lebedeva, 2013; Conte et al., 2001].

Учитывая, что на изображениях взволнованной морской поверхности можно выделить квазипериодические составляющие, то представляет интерес для решения рассматриваемой задачи оценить различия отдельных областей изображения на основе анализа их субполосных свойств [Жилияков, Ефимов, 2015; Черноморец, Болгова, 2016; Жилияков и др., 2013].

Субполосные свойства соседних областей изображений

Анализируемое изображение морской поверхности, размерности $N_1 \times N_2$ пикселей, представим в виде матрицы $\Phi = (f_{ij})$, $i = 1, 2, \dots, N_1$, $j = 1, 2, \dots, N_2$, яркости пикселей. Для исследования субполосных свойств изображения по матрице Φ будем перемещать скользящее окно (центральная область), размерности $M_1 \times M_2$ пикселей, например, 10×10 , 10×20 , 20×10 , 20×20 пикселей.

Соседними областями изображения относительно заданного положения скользящего окна I_0 будем называть области (матрицы) $I_1 - I_8$, положение которых схематично показано на рис. 1.

I_2	I_3	I_4
I_1	I_0	I_5
I_8	I_7	I_6

Рис. 1. Схема расположения анализируемых соседних областей
Fig. 1. The layout of the analyzed adjacent areas

В предлагаемом исследовании будем рассматривать области $I_0 - I_8$ одинакового размера – $M_1 \times M_2$ пикселей.

Анализ субполосных свойств изображений (областей) $I_0 - I_8$ предлагается осуществлять с позиций разбиения области пространственных частот $D_{2\pi}$,

$$D_{2\pi} = \{(u, v) \mid -\pi \leq u < \pi, -\pi \leq v < \pi\},$$

на $R_1 \times R_2$ подобластей пространственных частот (ППЧ) $V_{r_1 r_2}$, $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$, $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$, одинаковых по площади [Черноморец и др., 2019],

$$V_{r_1 r_2} = \left\{ (u \in [-u_{r_1 2}, -u_{r_1 1}] \cup [u_{r_1 1}, u_{r_1 2}]) \cap (v \in [-v_{r_2 2}, -v_{r_2 1}] \cup [v_{r_2 1}, v_{r_2 2}]) \right\}, \quad (1)$$

$$u_{11} = 0, u_{R_1, 2} = \pi, u_{r_1+1, 1} = u_{r_1 2},$$

$$v_{11} = 0, v_{R_2, 2} = \pi, v_{r_2+1, 1} = v_{r_2 2},$$

$$r_1 = 1, 2, \dots, R_1, r_2 = 1, 2, \dots, R_2.$$

Субполосную долю $P_{r_1 r_2}(I)$ квадрата нормы заданного изображения (матрицы) I , соответствующую ППЧ $V_{r_1 r_2}$, вычислим на основании следующего соотношения [Жилияков, Черноморец, 2020; Горелик, Скрипкин, 2004] (из изображения предварительно вычтено его среднее арифметическое значение):

$$P_{r_1 r_2}(I) = \frac{\text{tr}(A_{r_1} I B_{r_2} I^T)}{\text{tr}(I I^T)}, \quad (2)$$

где tr – операция вычисления следа матрицы, A_{r_1} , B_{r_2} – субполосные матрицы, соответствующие ППЧ $V_{r_1 r_2}$. Распределение значений долей $P_{r_1 r_2}(I)$ квадрата нормы изображения по ППЧ будем рассматривать в виде матрицы $P(I) = (P_{r_1 r_2}(I))$, $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$, $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$.

Значения элементов субполосных матриц $A_{r_1} = (a_{in}^{r_1})$, $i, n = 1, 2, \dots, N_1$, $B_{r_2} = (b_{km}^{r_2})$, $k, m = 1, 2, \dots, N_2$, вычисляются на основании следующих соотношений [Жилияков и др., 2016]:

$$a_{in}^{r_1} = \begin{cases} \frac{\sin(u_{r_1 2}(i-n)) - \sin(u_{r_1 1}(i-n))}{\pi(i-n)}, & i \neq n, \\ \frac{u_{r_1 2} - u_{r_1 1}}{\pi}, & i = n, \end{cases} \quad (3)$$

$$b_{km}^{r_2} = \begin{cases} \frac{\sin(v_{r_2 2}(k-m)) - \sin(v_{r_2 1}(k-m))}{\pi(k-m)}, & k \neq m, \\ \frac{v_{r_2 2} - v_{r_2 1}}{\pi}, & k = m, \end{cases} \quad (4)$$

При проведении анализа субполосного распределения долей квадрата нормы изображений будем использовать информативные ППЧ, которые для заданного изображения I определяются следующим образом [Жилияков и др., 2009; Scharf, Friedlander, 1994]:

ППЧ $V_{r_1 r_2}$ будем считать информативной для изображения I , если выполняется неравенство:

$$P_{r_1 r_2}(I) > \frac{s_{r_1 r_2}}{\pi^2}, \quad (5)$$

где $s_{r_1 r_2}$ – площадь ППЧ $V_{r_1 r_2}$,

$$s_{r_1 r_2} = (u_{r_1 2} - u_{r_1 1})(v_{r_2 2} - v_{r_2 1}).$$

Обозначим, $S(I_0)$ – множество информативных ППЧ для изображения I_0 ,

$$S(I_0) = \{(r_1, r_2) \mid P_{r_1 r_2}(I_0) > \frac{S_{r_1 r_2}}{\pi^2}\}, \quad (6)$$

$S(I_i)$, $i = 1, 2, \dots, 8$, – множество информативных ППЧ для изображения I_i ,

$$S(I_i) = \{(r_1, r_2) \mid P_{r_1 r_2}(I_i) > \frac{S_{r_1 r_2}}{\pi^2}\}, \quad (7)$$

$P(I_0)$, $P(I_i)$, $i = 1, 2, \dots, 8$, – матрицы, размерности $R_1 \times R_2$, долей квадрата нормы изображений I_0 и I_i , $i = 1, 2, \dots, 8$, соответствующих информативным ППЧ $V_{r_1 r_2}$, $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$, $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$.

Сравнивать субполосные распределения $P(I_0)$, $P(I_i)$, $i = 1, 2, \dots, 8$, долей квадрата нормы, соответствующих информативным ППЧ изображений I_0 и I_i , $i = 1, 2, \dots, 8$, предлагается на основе среднеквадратического отклонения соответствующих матриц [Жилияков и др., 2016; Felzenszwalb et al., 2010]:

$$\sigma(P(I_0), P(I_i)) = \sqrt{\frac{\sum_{(r_1 r_2) \in S(I_0) \cap S(I_i)} (P_{r_1 r_2}(I_0) - P_{r_1 r_2}(I_i))^2}{\sum_{(r_1 r_2) \in S(I_0) \cap S(I_i)} P_{r_1 r_2}^2(I_0)}}. \quad (8)$$

Сравнивать информативные субполосные компоненты $Y(I_0)$ и $Y(I_i)$ изображений I_0 и I_i , $i = 1, 2, \dots, 8$, соответствующих информативным ППЧ $V_{r_1 r_2}$, $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$, $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$, предлагается на основе среднеквадратического отклонения:

$$\sigma(Y(I_0), Y(I_i)) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} (Y_{jk}(I_0) - Y_{jk}(I_i))^2}{\sum_{j=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} Y_{jk}^2(I_0)}}}, \quad (9)$$

где информативные субполосные компоненты $Y(I_0)$ и $Y(I_i)$ изображений I_0 и I_i , $i = 1, 2, \dots, 8$, определим следующим образом (из соответствующего изображения предварительно вычтено его среднее арифметическое значение) [Жилияков и др., 2017; Bay et al., 2008]:

$$Y(I_0) = \sum_{(r_1 r_2) \in S(I_0)} A_{r_1} I_0 B_{r_2}, \quad (10)$$

$$Y(I_i) = \sum_{(r_1 r_2) \in S(I_i)} A_{r_1} I_i B_{r_2}. \quad (11)$$

Сравнивать изображения I_0 и I_i , $i = 1, 2, \dots, 8$, предлагается на основе среднеквадратического отклонения:

$$\sigma(I_0, I_i) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} (I_0(j, k) - I_i(j, k))^2}{\sum_{j=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} I_0^2(j, k)}}}. \quad (12)$$

Для сравнения различных областей, субполосных компонент изображений и распределений долей квадрата нормы изображений по подобластям пространственных частот в работе также использован следующий коэффициент корреляции [Черноморец, 2021; Zhilyakov et al., 2020]:

$$r(X, Y) = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (X_{mn} - \bar{x})(Y_{mn} - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (X_{mn} - \bar{x})^2 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (Y_{mn} - \bar{y})^2}}, \quad (13)$$

где X, Y – сравниваемые матрицы размерности $m \times n$ элементов, \bar{x}, \bar{y} – соответствующие среднеарифметические значения,

$$\bar{x} = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N X_{mn}, \quad \bar{y} = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N Y_{mn}.$$

Результаты вычислительных экспериментов

Для проведения вычислительных экспериментов выбрана из открытых источников Интернет видеозапись, содержащая изображение взволнованной морской поверхности, а также объекта на поверхности моря, яркость пикселей которого незначительно отличается от яркости пикселей морской поверхности (рис. 2).



Рис. 2. Исходное изображение и примеры анализируемых фрагментов
Fig. 2. Initial image and examples of analyzed fragments

Оценивание различий изображений соседних и центральной областей.

На рис. 2 для примера выделены 2 фрагмента кадра (квадраты, размером 30×30 пикселей), которые в процессе вычислительных экспериментов планируется разбить на 8 соседних областей и центральную область, размерности 10×10 пикселей, в соответствии со схемой, приведенной на рис. 1.

Центральной и соседним областям для вычислительных экспериментов также были заданы соседние области размером 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей.

В табл. 1 приведены значения среднеквадратического отклонения (СКО) (12) и коэффициента корреляции (13) соседних областей изображений I_i , $i = 1, 2, \dots, 8$, и центральной области I_0 (размером 10×10 пикселей), а также областей, размером 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей, заданных таким образом, чтобы координаты левого верхнего угла центральной области в соответствующих случаях совпадали (области содержат изображение морской поверхности).

Данные, приведенные в табл. 1, показывают, что для заданных соседних областей, содержащих изображение морской поверхности, их размер не влияет существенно на меру различия соседних и центральной областей.

В табл. 2 приведены значения СКО (12) и коэффициента корреляции соседних областей изображений I_i , $i = 1, 2, \dots, 8$, и центральной области I_0 (размером 10×10 пикселей), а также областей, размером 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей, заданных таким образом, чтобы координаты левого верхнего угла центральной области в соответствующих случаях совпадали (области содержат изображение морской поверхности и объекта).

Таблица 1
 Table 1

Значения среднеквадратического отклонения (12) и коэффициента корреляции соседних областей $I_1 \div I_8$ и области I_0 , размером 10×10 , 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей (области содержат изображение морской поверхности)
 The values of the standard deviation (12) and the correlation coefficient of adjacent areas $I_1 \div I_8$ and area I_0 with sizes of 10×10 , 10×20 , 20×10 and 20×20 pixels (areas contain the sea surface image)

Соседняя область	Среднеквадратическое отклонение				Коэффициент корреляции			
	10×10	10×20	20×10	20×20	10×10	10×20	20×10	20×20
I_1	0,136	0,135	0,142	0,153	-0,056	0,066	0,178	0,132
I_2	0,160	0,189	0,171	0,168	0,010	-0,276	-0,121	0,075
I_3	0,111	0,124	0,176	0,194	0,139	0,035	-0,256	-0,361
I_4	0,076	0,149	0,174	0,181	0,440	0,056	-0,373	-0,140
I_5	0,133	0,156	0,125	0,189	0,173	0,165	0,518	0,043
I_6	0,204	0,154	0,172	0,174	-0,331	0,452	-0,116	-0,185
I_7	0,160	0,193	0,188	0,194	-0,184	-0,244	-0,062	-0,071
I_8	0,171	0,161	0,149	0,179	-0,329	-0,133	0,348	0,252
Среднее арифмет.	0,144	0,158	0,162	0,179	-0,017	0,015	0,014	-0,032

Таблица 2
 Table 2

Значения среднеквадратического отклонения (12) и коэффициента корреляции соседних областей $I_1 \div I_8$ и области I_0 , размером 10×10 , 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей (области содержат изображения морской поверхности и объекта)
 The values of the standard deviation (12) and the correlation coefficient of adjacent areas $I_1 \div I_8$ and area I_0 with sizes of 10×10 , 10×20 , 20×10 and 20×20 pixels (areas contain the sea surface and object images)

Соседняя область	Среднеквадратическое отклонение				Коэффициент корреляции			
	10×10	10×20	20×10	20×20	10×10	10×20	20×10	20×20
I_1	0,228	0,246	0,203	0,206	-0,023	-0,209	0,291	0,293
I_2	0,219	0,244	0,214	0,255	0,001	-0,056	-0,028	-0,270
I_3	0,230	0,248	0,251	0,274	0,034	0,007	-0,315	-0,327
I_4	0,247	0,292	0,254	0,297	0,092	-0,044	-0,245	-0,240
I_5	0,242	0,260	0,194	0,239	0,310	0,254	0,456	0,272
I_6	0,249	0,216	0,302	0,232	0,054	0,208	-0,078	0,091
I_7	0,246	0,272	0,302	0,296	-0,190	-0,169	0,006	0,084
I_8	0,252	0,243	0,307	0,334	0,181	0,232	0,080	0,088
Среднее арифмет.	0,239	0,253	0,253	0,267	0,057	0,028	0,021	-0,001

Данные, приведенные в табл. 2, показывают, что для заданных соседних областей $I_1 \div I_8$ и области I_0 , содержащих изображения морской поверхности и плавающего объекта, размер областей не влияет существенно на меру различия соседних областей $I_1 \div I_8$ и центральной

области I_0 . Следует отметить, что значения СКО в табл. 2 (случай наличия изображения объекта) незначительно выше, чем в табл. 1 (изображение объекта отсутствует), однако, в связи с тем, что в табл. 1 СКО имеет достаточно большие значения, то значения СКО в данных случаях нецелесообразно использовать в качестве признака наличия или отсутствия объекта.

Рассмотрим результаты вычисления меры отличия соседних областей $I_1 \div I_8$ и центральной области I_0 для фрагментов кадра, указанных на рис. 3 (левый прямоугольник указывает область, содержащую изображение морской поверхности, правый прямоугольник – область, содержащую изображение морской поверхности и объект).



Рис. 3. Анализируемые фрагменты кадра
Fig. 3. Analyzed frame fragments

На рис. 4а и 4б приведены гистограммы, показывающие соответственно относительное количество различных значений СКО и коэффициента корреляции соседних областей $I_1 \div I_8$ и центральной области I_0 при всевозможных положениях центральной области в левом прямоугольнике на рис. 3 (изображение объекта отсутствует, размеры областей 10×10 пикселей, количество положений центральной области – 1232).

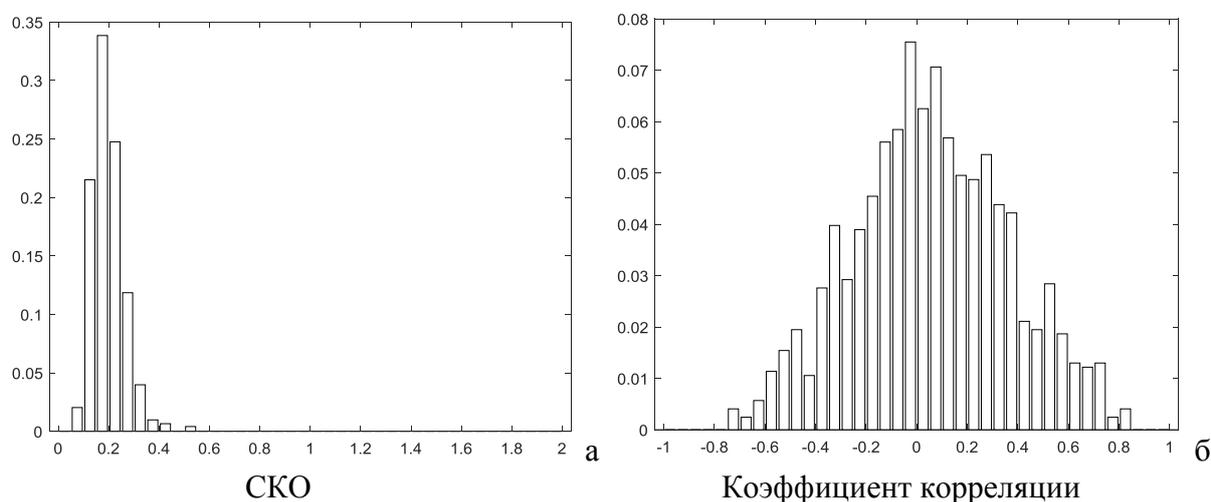


Рис. 4. Распределение значений СКО и коэффициента корреляции соседних областей $I_1 \div I_8$ и центральной области I_0 (левый прямоугольник на рис. 3, изображение объекта отсутствует)

Fig. 4. Distribution of the standard deviation values and the correlation coefficient of adjacent areas $I_1 \div I_8$ and the central area I_0 (left rectangle in Fig. 3, the object image is absent)

На рис. 5а и 5б приведены гистограммы, показывающие соответственно относительное количество различных значений СКО и коэффициента корреляции соседних областей $I_1 \div I_8$ и центральной области I_0 при всевозможных положениях центральной

области в правом прямоугольнике на рис. 3 (изображение объекта присутствует, размеры областей 10×10 пикселей, количество положений центральной области – 1232).

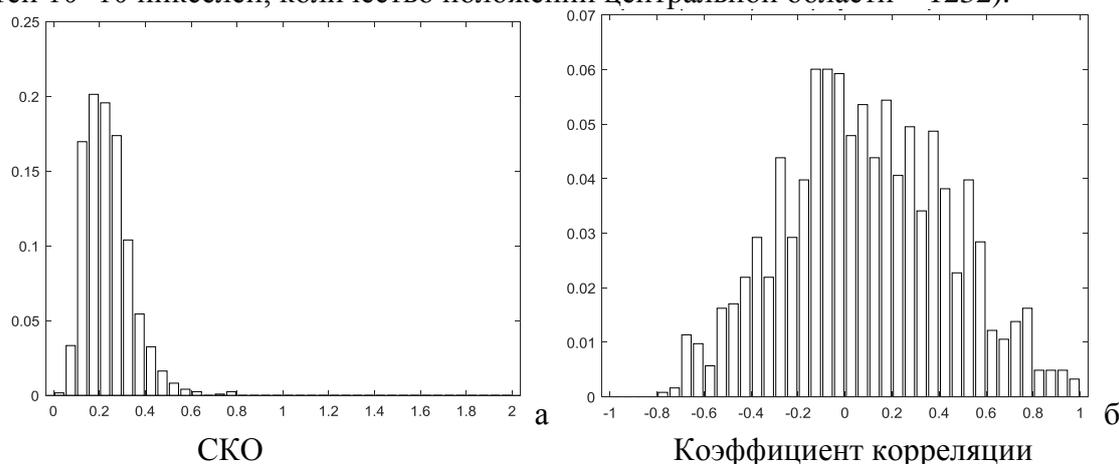


Рис. 5. Распределение значений СКО и коэффициента корреляции соседних областей $I_1 \div I_8$

и центральной области I_0 (правый прямоугольник на рис. 3, изображение объекта присутствует)

Fig. 5. Distribution of the standard deviation values and the correlation coefficient of adjacent areas $I_1 \div I_8$ and the central area I_0 (right rectangle in Fig. 3, the object image is present)

Результаты, приведенные на рис. 4 и 5, показывают, что наличие или отсутствие изображения объекта в анализируемых фрагментах кадра практически не влияет на распределение значений СКО и коэффициента корреляции соседних областей $I_1 \div I_8$ и центральной области I_0 , на которые разбиваются фрагменты кадра.

Оценивание различий распределения долей квадрата нормы изображений соседних и центральной областей.

Рассмотрим примеры вычисления матриц $P_1 \div P_8$ и P_0 , с элементами вида (2), распределения долей квадрата нормы изображений соседних и центральной областей по информативным (5) подобластям пространственных частот.

В проведенных вычислительных экспериментах количество ППЧ было выбрано равным 5×5 , что не снижает общности полученных результатов, для анализа были выбраны фрагменты кадра, отмеченные на рис. 2.

Для экспериментов были вычислены матрицы долей квадрата нормы соответствующих областей размером 10×10 , 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей.

В табл. 3 приведены значения среднеквадратического отклонения (8) и коэффициента корреляции (13) матриц $P_1 \div P_8$ и матрицы P_0 долей квадрата нормы соответствующих изображений соседних областей I_i , $i = 1, 2, \dots, 8$, и центральной области I_0 (размером 10×10 пикселей), а также областей, размером 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей, заданных таким образом, чтобы координаты левого верхнего угла центральной области в соответствующих случаях совпадали (области содержат изображение морской поверхности).

Данные, приведенные в табл. 3, показывают, что для заданных соседних областей, содержащих изображение морской поверхности, их размер не влияет существенно на меру различия матриц $P_1 \div P_8$ и матрицы P_0 долей квадрата нормы соответствующих изображений соседних и центральной областей. Следует отметить, что с увеличением размеров областей имело место увеличение значений коэффициента корреляции соответствующих матриц долей квадрата нормы изображений.

В табл. 4 приведены значения СКО (8) и коэффициента корреляции матриц $P_1 \div P_8$ и матрицы P_0 долей квадрата нормы соответствующих изображений соседних областей

изображений I_i , $i = 1, 2, \dots, 8$, и центральной области I_0 (размером 10×10 пикселей), а также областей, размером 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей, заданных таким образом, чтобы координаты левого верхнего угла центральной области в соответствующих случаях совпадали (области содержат изображение морской поверхности и объекта).

Таблица 3

Table 3

Значения среднеквадратического отклонения (8) и коэффициента корреляции матриц $P_1 \div P_8$ и матрицы P_0 долей квадрата нормы изображений соседних областей $I_1 \div I_8$ и области I_0 , размером 10×10 , 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей (области содержат изображение морской поверхности)

Values of the standard deviation (8) and the correlation coefficient of the matrices $P_1 \div P_8$ and the matrix P_0 of parts of the squared norm of the adjacent image areas $I_1 \div I_8$ and area I_0 , with sizes of 10×10 , 10×20 , 20×10 and 20×20 pixels (areas contain the sea surface image)

Матрица долей квадрата нормы изображения	Среднеквадратическое отклонение				Коэффициент корреляции			
	10×10	10×20	20×10	20×20	10×10	10×20	20×10	20×20
P_1	0,426	0,846	0,375	0,393	0,879	0,630	0,906	0,904
P_2	0,758	0,357	0,310	0,350	0,714	0,925	0,936	0,926
P_3	0,588	0,507	0,338	0,383	0,806	0,827	0,948	0,908
P_4	0,481	0,547	0,536	0,287	0,848	0,834	0,834	0,952
P_5	1,058	0,578	0,463	0,357	0,576	0,766	0,890	0,921
P_6	0,786	0,249	0,746	0,400	0,703	0,967	0,629	0,909
P_7	0,676	0,402	0,664	0,484	0,766	0,918	0,719	0,850
P_8	0,482	0,304	0,475	0,484	0,840	0,944	0,850	0,849
Среднее арифмет.	0,657	0,474	0,489	0,392	0,766	0,851	0,839	0,902

Данные, приведенные в табл. 4, показывают, что для заданных соседних областей $I_1 \div I_8$ и области I_0 , содержащих изображения морской поверхности и плавающего объекта, размер областей не влияет существенно на меру различия матриц $P_1 \div P_8$ и матрицы P_0 долей квадрата нормы изображений соседних областей $I_1 \div I_8$ и центральной области I_0 . Следует отметить, что значения СКО в табл. 4 (случай наличия изображения объекта) выше, чем в табл. 3 (изображение объекта отсутствует), однако, в связи с тем, что в табл. 3 СКО имеет достаточно большие значения, то значения СКО в данных случаях нецелесообразно использовать в качестве признака наличия или отсутствия объекта.

Рассмотрим результаты вычисления меры отличия матриц $P_1 \div P_8$ и матрицы P_0 долей квадрата нормы изображений соседних областей $I_1 \div I_8$ и центральной области I_0 для фрагментов кадра, указанных на рис. 3.

На рис. 6а и 6б приведены гистограммы, показывающие соответственно относительное количество различных значений СКО и коэффициента корреляции матриц $P_1 \div P_8$ и матрицы P_0 долей квадрата нормы изображений соседних областей $I_1 \div I_8$ и центральной области I_0 при всевозможных положениях центральной области в левом прямоугольнике на рис. 3 (изображение объекта отсутствует, размеры областей 10×10 пикселей, количество положений центральной области – 1232).

Таблица 4
 Table 4

Значения среднеквадратического отклонения (8) и коэффициента корреляции матриц $P_1 \div P_8$ и матрицы P_0 долей квадрата нормы изображений соседних областей $I_1 \div I_8$ и области I_0 , размером 10×10 , 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей (области содержат изображения морской поверхности и объекта)

Values of the standard deviation (8) and the correlation coefficient of the matrices $P_1 \div P_8$ and the matrix P_0 of parts of the squared norm of the adjacent image areas $I_1 \div I_8$ and area I_0 , with sizes of 10×10 , 10×20 , 20×10 and 20×20 pixels (areas contain the sea surface and object images)

Матрица долей квадрата нормы изображения	Среднеквадратическое отклонение				Коэффициент корреляции			
	10×10	10×20	20×10	20×20	10×10	10×20	20×10	20×20
P_1	1,354	0,625	1,007	0,754	0,276	0,730	0,581	0,716
P_2	0,425	0,611	0,944	0,694	0,877	0,811	0,565	0,728
P_3	1,264	1,068	1,725	1,278	0,322	0,401	0,165	0,420
P_4	1,494	1,249	1,767	1,272	0,248	0,295	0,161	0,387
P_5	0,466	0,428	0,570	0,363	0,907	0,885	0,845	0,916
P_6	0,942	0,495	1,183	0,543	0,569	0,841	0,439	0,808
P_7	0,672	0,812	1,039	0,970	0,711	0,643	0,631	0,622
P_8	0,940	0,893	1,136	1,249	0,620	0,635	0,559	0,487
Среднее арифмет.	0,945	0,773	1,171	0,890	0,566	0,655	0,493	0,635

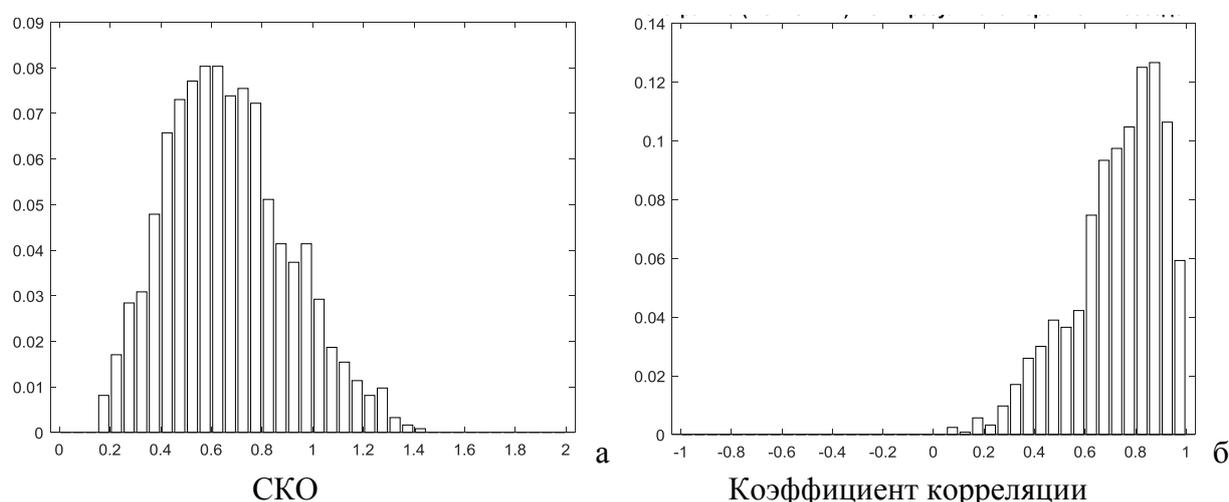


Рис. 6. Распределение значений СКО и коэффициента корреляции матриц $P_1 \div P_8$ и матрицы P_0 долей квадрата нормы изображений соседних областей $I_1 \div I_8$ и центральной области I_0 (левый прямоугольник на рис. 3, изображение объекта отсутствует)

Fig. 6. Distribution of the standard deviation values and the correlation coefficient of the matrices $P_1 \div P_8$ and the matrix P_0 of parts of the squared norm of the adjacent image areas $I_1 \div I_8$ and the central area I_0 (left rectangle in Fig. 3, the object image is absent)

На рис. 7а и 7б приведены гистограммы, показывающие соответственно относительное количество различных значений СКО и коэффициента корреляции матриц

$P_1 \div P_8$ и матрицы P_0 долей квадрата нормы изображений соседних областей $I_1 \div I_8$ и центральной области I_0 при всевозможных положениях центральной области в правом прямоугольнике на рис. 3 (изображение объекта присутствует, размеры областей 10×10 пикселей, количество положений центральной области – 1232).

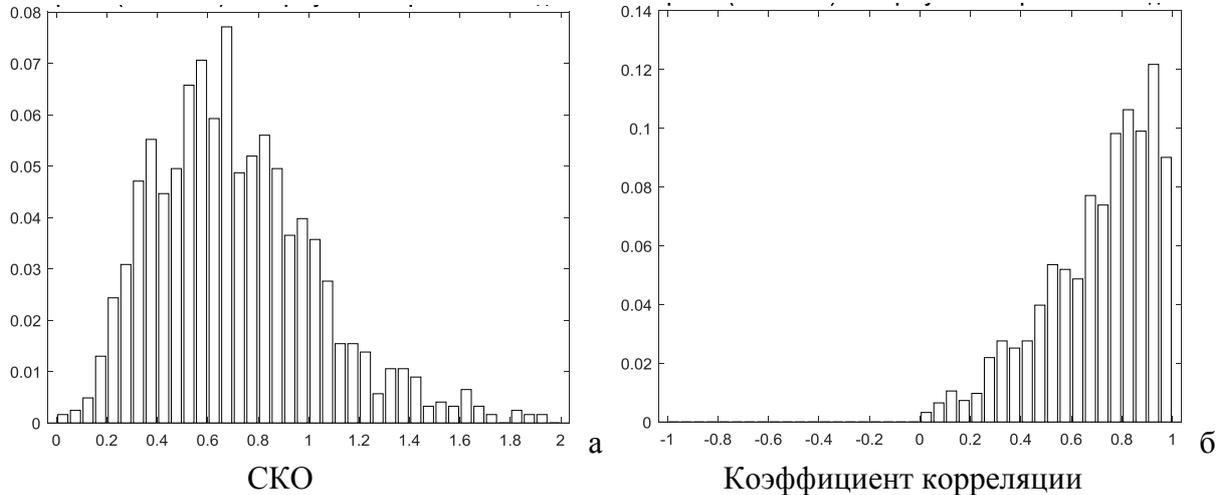


Рис. 7. Распределение значений СКО и коэффициента корреляции матриц $P_1 \div P_8$ и матрицы P_0 долей квадрата нормы изображений соседних областей $I_1 \div I_8$ и центральной области I_0 (правый прямоугольник на рис. 3, присутствует изображение объекта)

Fig. 7. Distribution of the standard deviation values and the correlation coefficient of the matrices $P_1 \div P_8$ and the matrix P_0 of parts of the squared norm of the adjacent image areas $I_1 \div I_8$ and the central area I_0 (right rectangle in Fig. 3, the object image is present)

Результаты, приведенные на рис. 6 и 7, показывают, что наличие или отсутствие изображения объекта в анализируемых фрагментах кадра практически не влияет на распределение значений СКО и коэффициента корреляции матриц $P_1 \div P_8$ и матрицы P_0 долей квадрата нормы изображений соседних областей $I_1 \div I_8$ и центральной области I_0 , на которые разбиваются фрагменты кадра.

Оценивание различий информативных субполосных компонент изображений соседних и центральной областей.

Рассмотрим примеры вычисления информативных субполосных компонент Y_0 и $Y_1 \div Y_8$, вида (10) и (11), соответствующих изображений центральной и соседних областей.

В проведенных вычислительных экспериментах количество ППЧ было выбрано равным 5×5 , что не снижает общности полученных результатов, для анализа были выбраны фрагменты кадра, отмеченные на рис. 2.

Для экспериментов были вычислены информативные субполосные компоненты изображений соответствующих областей размером 10×10 , 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей.

В табл. 5 приведены значения среднеквадратического отклонения (9) и коэффициента корреляции (13) информативных субполосных компонент Y_0 и $Y_1 \div Y_8$ соответствующих изображений центральной области I_0 и соседних областей I_i , $i = 1, 2, \dots, 8$ (размер 10×10 пикселей), а также областей, размером 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей, заданных таким образом, чтобы координаты левого верхнего угла центральной области в соответствующих случаях совпадали (области содержат изображение морской поверхности).

Таблица 5
 Table 5

Значения среднеквадратического отклонения (9) и коэффициента корреляции информативных субполосных компонент Y_0 и $Y_1 \div Y_8$ соответствующих изображений центральной области I_0 и соседних областей $I_1 \div I_8$, размером 10×10 , 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей (области содержат изображение морской поверхности)
 The values of the standard deviation (9) and the correlation coefficient of informative subband components Y_0 and $Y_1 \div Y_8$ of the corresponding images of the central area I_0 and adjacent areas $I_1 \div I_8$, with sizes of 10×10 , 10×20 , 20×10 , and 20×20 pixels (the areas contain the sea surface image)

Информативная субполосная компонента	Среднеквадратическое отклонение				Коэффициент корреляции			
	10×10	10×20	20×10	20×20	10×10	10×20	20×10	20×20
Y_1	0,945	1,125	1,212	1,441	-0,167	0,187	0,406	0,205
Y_2	1,341	1,478	1,882	1,990	0,253	0,202	-0,218	0,007
Y_3	0,618	1,076	2,006	2,195	0,638	0,445	-0,665	-0,303
Y_4	0,579	1,549	2,072	1,809	0,616	0,384	-0,583	-0,142
Y_5	1,038	1,631	0,929	1,971	0,240	0,014	0,518	-0,154
Y_6	1,557	1,393	1,055	1,883	-0,557	0,466	0,191	-0,073
Y_7	1,649	1,386	1,085	1,060	-0,241	-0,220	0,281	0,390
Y_8	1,938	1,780	1,511	1,329	-0,271	0,004	0,549	0,387
Среднее арифмет.	1,208	1,427	1,469	1,710	0,064	0,185	0,060	0,040

Данные, приведенные в табл. 5, показывают, что для заданных соседних областей, содержащих изображение морской поверхности, их размер не влияет существенно на меру различия информативных субполосных компонент Y_0 и $Y_1 \div Y_8$ соответствующих изображений центральной и соседних областей.

В табл. 6 приведены значения СКО (9) и коэффициента корреляции информативных субполосных компонент Y_0 и $Y_1 \div Y_8$ соответствующих изображений центральной области I_0 и соседних областей I_i , $i = 1, 2, \dots, 8$ (размер 10×10 пикселей), а также областей, размером 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей, заданных таким образом, чтобы координаты левого верхнего угла центральной области в соответствующих случаях совпадали (области содержат изображение морской поверхности и объекта).

Данные, приведенные в табл. 6, показывают, что для заданных соседних областей $I_1 \div I_8$ и области I_0 , содержащих изображения морской поверхности и плавающего объекта, размер областей не влияет существенно на меру различия информативных субполосных компонент Y_0 и $Y_1 \div Y_8$ соответствующих изображений центральной области I_0 и соседних областей $I_1 \div I_8$.

Рассмотрим результаты вычисления меры отличия информативных субполосных компонент Y_0 и $Y_1 \div Y_8$ соответствующих изображений центральной области I_0 и соседних областей $I_1 \div I_8$ для фрагментов кадра, указанных на рис. 3.

На рис. 8а и 8б приведены гистограммы, показывающие соответственно относительное количество различных значений СКО и коэффициента корреляции информативных субполосных компонент Y_0 и $Y_1 \div Y_8$ соответствующих изображений

центральной области I_0 и соседних областей $I_1 \div I_8$ при всевозможных положениях центральной области в левом прямоугольнике на рис. 3 (изображение объекта отсутствует, размеры областей 10×10 пикселей, количество положений центральной области – 1232).

Таблица 6
Table 6

Значения среднеквадратического отклонения (9) и коэффициента корреляции информативных субполосных компонент Y_0 и $Y_1 \div Y_8$ соответствующих изображений центральной области I_0 и соседних областей $I_1 \div I_8$, размером 10×10 , 10×20 , 20×10 и 20×20 пикселей (области содержат изображения морской поверхности и объекта)
 The values of the standard deviation (9) and the correlation coefficient of informative subband components Y_0 and $Y_1 \div Y_8$ of the corresponding images of the central area I_0 and adjacent areas $I_1 \div I_8$, with sizes of 10×10 , 10×20 , 20×10 , and 20×20 pixels (the areas contain the sea surface and object images)

Информативная субполосная компонента	Среднеквадратическое отклонение				Коэффициент корреляции			
	10×10	10×20	20×10	20×20	10×10	10×20	20×10	20×20
Y_1	1,414	1,479	1,869	1,315	-0,164	-0,040	0,278	0,456
Y_2	1,126	0,880	1,980	1,813	-0,053	0,379	-0,417	-0,650
Y_3	1,781	1,948	2,580	2,424	-0,035	0,121	-0,417	-0,677
Y_4	2,144	3,710	2,751	3,577	-0,085	-0,209	-0,318	-0,555
Y_5	0,922	1,115	1,100	1,678	0,396	0,418	0,468	0,171
Y_6	1,170	1,333	2,975	1,194	0,273	0,092	-0,110	0,099
Y_7	1,243	1,791	2,790	2,299	-0,468	0,042	-0,038	0,024
Y_8	1,370	2,012	3,117	3,037	0,024	0,170	-0,060	-0,073
Среднее арифмет.	1,396	1,784	2,395	2,167	-0,014	0,122	-0,077	-0,150

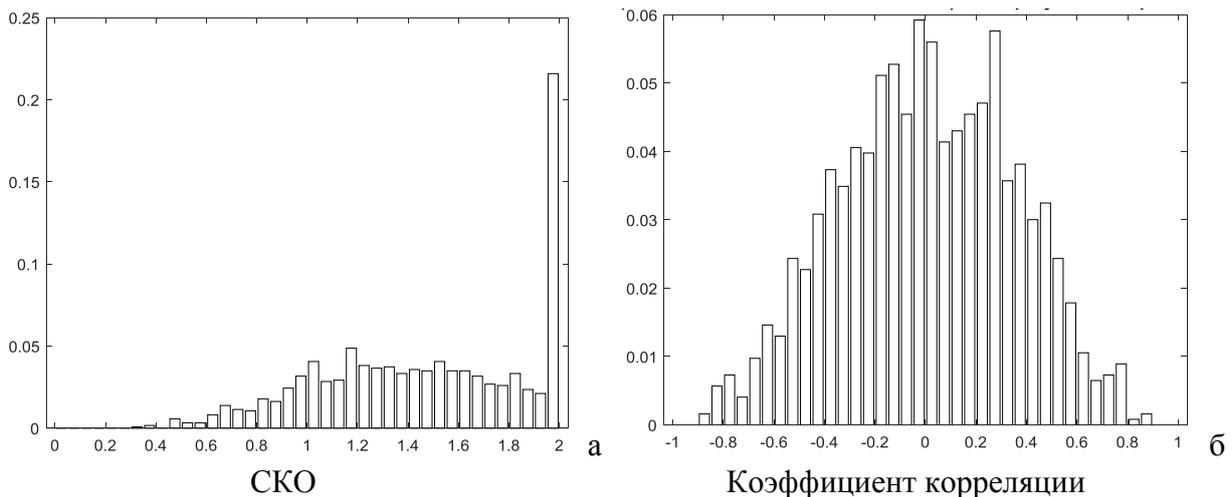


Рис. 8. Распределение значений СКО и коэффициента информативных субполосных компонент Y_0 и $Y_1 \div Y_8$ соответствующих изображений центральной области I_0 и соседних областей $I_1 \div I_8$ (левый прямоугольник на рис. 3, изображение объекта отсутствует)

Fig. 8. Distribution of the standard deviation values and the correlation coefficient of informative subband components Y_0 and $Y_1 \div Y_8$ of the corresponding images of the central area I_0 and adjacent areas $I_1 \div I_8$ (left rectangle in Fig. E 3, the object image is absent)

На рис. 8а и 9а значения СКО, большие 2, отображены в правом столбце гистограммы.

На рис. 9а и 9б приведены гистограммы, показывающие соответственно относительное количество различных значений СКО и коэффициента корреляции информативных субполосных компонент Y_0 и $Y_1 \div Y_8$ соответствующих изображений центральной области I_0 и соседних областей $I_1 \div I_8$ при всевозможных положениях центральной области в правом прямоугольнике на рис. 3 (изображение объекта присутствует, размеры областей 10×10 пикселей, количество положений центральной области – 1232).

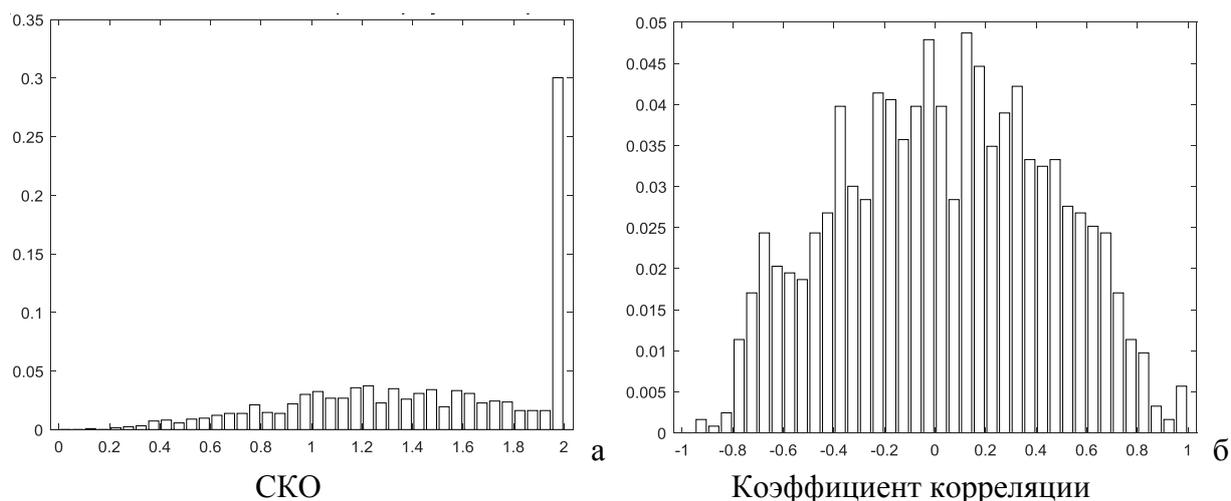


Рис. 9. Распределение значений СКО и коэффициента корреляции информативных субполосных компонент Y_0 и $Y_1 \div Y_8$ соответствующих изображений центральной области I_0 и соседних областей $I_1 \div I_8$ (правый прямоугольник на рис. 3, присутствует изображение объекта)

Fig. 9. Distribution of the standard deviation values and the correlation coefficient of informative subband components Y_0 and $Y_1 \div Y_8$ of the corresponding images of the central area I_0 and adjacent areas $I_1 \div I_8$ (right rectangle in Fig. E 3, the object image is present)

Результаты, приведенные на рис. 8 и 9, показывают, что наличие или отсутствие изображения объекта в анализируемых фрагментах кадра практически не влияет на распределение значений СКО и коэффициента корреляции информативных субполосных компонент Y_0 и $Y_1 \div Y_8$ соответствующих изображений центральной области I_0 и соседних областей $I_1 \div I_8$, на которые разбиваются фрагменты кадра.

Заключение

В работе исследованы подходы оценивания отличий областей изображений взволнованной морской поверхности на основе вычисления среднеквадратических отклонений и коэффициентов корреляции матриц значений пикселей центральной и соседних с ней областями, на которые разбиваются фрагменты изображений, а также матриц значений долей квадрата нормы изображений заданных областей, соответствующих информативным подобластям пространственных частот, и матриц информативных субполосных компонент изображений заданных областей.

Приведены соотношения для вычисления информативных подобластей пространственных частот заданных изображений и соответствующих информативных субполосных компонент, а также соотношения, позволяющие вычислить на основе

среднеквадратического отклонения и коэффициента корреляции анализируемые меры отличия заданных областей изображений, матриц распределения долей квадрата их нормы по информационным подобластям пространственных частот и информативных субполосных компонент.

Для проведения вычислительных экспериментов выбрано изображение взволнованной морской поверхности, содержащее изображение малозаметного объекта. Показано, что значения рассматриваемых мер отличия при анализе центральной и соседних областей различных размеров изменяются несущественно.

На основании результатов вычислительных экспериментов были построены гистограммы, которые показали, что наличие или отсутствие малозаметного объекта на изображениях анализируемых областей изменяет распределение значений исследуемых мер отличия незначительно. Таким образом, показано, что исследованные субполосные характеристики фрагментов изображений морской поверхности не содержат инвариантов, слабо изменяющихся от фрагмента к фрагменту, на которых отсутствует изображение объекта, и существенно изменяющихся для фрагментов, на которых объект присутствует.

Список литературы

1. Горелик А.Л., Скрипкин В.А. 2004. Методы распознавания. М., Высшая школа: 264.
2. Жилияков Е.Г. 2007. Вариационные методы анализа и построения функций по эмпирическим данным на основе частотных представлений. Белгород, Издательство БелГУ, 160 с.
3. Жилияков Е.Г., Ефимов Н.О. 2015. О субполосном анализе изображений. Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика, 1 (198): 118–124.
4. Жилияков, Е.Г., Черноморец А.А., Белов А.С., Болгова Е.В. 2013. О субполосных свойствах изображений. Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика, 7 (150):175–182.
5. Жилияков Е.Г., Черноморец А.А., Болгова Е.В. 2016. Об информационных подобластях пространственных частот изображений. Научные ведомости БелГУ. Сер. Экономика. Информатика, 23 (244): 87–92.
6. Жилияков Е.Г., Черноморец А.А., Болгова Е.В. 2017. О субинтервальных матрицах на основе унитарных преобразований. Научный результат. Информационные технологии, 2 (1): 55–63.
7. Жилияков, Е.Г., Черноморец А.А., Болгова Е.В. 2016. Субполосные модели в обработке изображений. Белгород, ООО «ГиК», 155 с.
8. Жилияков Е.Г., Черноморец А.А., Заливин А.Н. 2009. Об эффективности метода оценивания значений долей энергии изображений на основе частотных представлений. Информационные системы и технологии, 2 (52): 12–22.
9. Жилияков Е.Г., Черноморец Д.А. 2020. Об информативности субполосного анализа потока изображений при обнаружении объектов. Информационные технологии в науке, образовании и производстве (ИТНОП-2020): сборник материалов VIII Международной научно-технической конференции, 24–25 сентября 2020, Белгород: 65–68.
10. Черноморец А.А., Болгова Е.В. 2016. Об исследовании субполосных свойств изображений земной поверхности. Научные ведомости БелГУ. Сер. Экономика. Информатика, 9 (230): 188–196.
11. Черноморец Д.А., Болгова Е.В., Черноморец А.А., Барсук А.А. 2019. Представление изображений на основе базиса собственных векторов субполосных матриц косинус-преобразования. Научный результат. Информационные технологии, 4 (1): 3–8.
12. Черноморец Д.А. 2021. О свойствах взаимных корреляций фрагментов изображений морской поверхности в видеопотоке. XXVIII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов», 12–23 апреля 2021, Москва, МГУ им. М.В.Ломоносова.
13. Bay H., Ess A., Tuytelaars T., Gool L.V. 2008. SURF: Speeded-up robust features. *Comput Vis Image Und*, 110 (3): 346–359.
14. Conte E., De Maio A., Ricci G. 2001. GLRT-based adaptive detection algorithms for rangespread targets. *IEEE Trans. Signal Process*, 49(7): 1336–1348.
15. Zhilyakov Evgeniy G., Golikov Victor, Chernomorets Daria A., Samovarov Oleg I., Babarinov Sergei L. 2020. Detection of Slow-Moving Objects Floating on an Agitated Sea Surface based on Subband



Analysis within the Cosine Transform. *Jour of Adv Research in Dynamical & Control Systems*, 12, 05-Special Issue: 1314–1325. DOI: 10.5373/JARDCS/V12SP5/20201891.

16. Felzenszwalb P., Girshick R., McAllester D., Ramanan D. 2010. Object detection with discriminatively trained part-based models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 32(9):1627–1645.

17. Golikov V., Lebedeva O. 2013. Adaptive detection of subpixel targets with hypothesis dependent background power. *IEEE Signal Process*, 20 (8): 751–754.

18. Golikov V., Rodriguez-Blanco M., Lebedeva O. 2016. Robust multipixel matched subspace detection with signal-dependent background power. *Journal of applied remote sensing*, 10(1): 015006-1-015006-11.

19. Krizhevsky A., Sutskever I., Hinton G. 2012. Imagenet classification with deep convolutional neural networks. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, 25: 1106–1114.

20. Scharf L.L., Friedlander B. 1994. Matched subspace detectors. *Signal Process* 571, *IEEE Transactions*, 42 (8): 2146–2157.

References

1. Gorelik A.L., Skripkin V.A. 2004. *Metodi raspoznavaniya [Recognition methods]*. M., *Visshaya shkola*: 264.

2. Zhilyakov E.G. 2007. *Variatsionnie metodi analiza i postroeniya funktsiy po empiricheskim dannim na osnove chastotnih predstavleniy [Variational methods of analysis and functions construction from empirical data based on frequency representations]*. Belgorod: Publ. BelGU, 160 p.

3. Zhilyakov E.G., Efimov N.O. 2015. O subpolosnom analize izobrazheniy [On subband image analysis]. *Nauchnye vedomosti BelGU. Seriya: Ekonomika. Informatika*. 1 (198): 118–124.

4. Zhilyakov E.G., Chernomorets A.A., Belov A.S., Bolgova E.V. 2013. O subpolosnih svoystvakh izobrazheniy [On the subband image properties]. *Nauchnye vedomosti BelGU. Seriya: Ekonomika. Informatika*. 7 (150):175–182.

5. Zhilyakov E.G., Chernomorets A.A., Bolgova E.V. 2016. About information on subdomain spatial frequencies of images. *Nauchnye vedomosti BelGU. Seriya: Ekonomika. Informatika*. 23 (244): 87–92 (in Russian).

6. Zhilyakov E.G., Chernomorets A.A., Bolgova E.V. 2017. About subinterval matrices based on unitary transformations. *Research result. Information Technologies*, 2 (1): 55–63 (in Russian).

7. Zhilyakov E.G., Chernomorets A.A., Bolgova E.V. 2016. Subpolosnie modeli v obrabotke izobrazheniy [Subband models in image processing]. Belgorod, Publ. “GiK”, 155 p.

8. Zhilyakov E.G., Chernomorets A.A., Zalivin A.N. 2009. On efficiency of the estimation method of image energy parts values on the basis of frequency representations. *Information Systems and Technologies*, 2 (52): 12–22 (in Russian).

9. Zhilyakov E.G., Chernomorets D.A. 2020. On the informativeness of image flow subband analysis when detecting the objects. *Information technologies in science, education and production (itsep-2020): Collection of works of the VIII International Conference on Science and Technology, 24–25 September 2020, Belgorod*: 65–68 (in Russian).

10. Chernomorets A.A., Bolgova E.V. 2016. About research of earth surface images subband properties. *Nauchnye vedomosti BelGU. Seriya: Ekonomika. Informatika*. 9 (230): 188–196. (in Russian).

11. Chernomorets D.A., Bolgova E.V., Chernomorets A.A., Barsuk A.A. 2019. Images presentation based on subband cosine transform matrix eigenvectors basis. *Research result. Information Technologies*, 4 (1): 3–8 (in Russian).

12. Chernomorets D.A. 2021. O svoystvakh vzaimnih korrelyatsiy fragmentov izobrazheniy morskoy poverhnosti v videopotoke [On the properties of mutual image fragments correlations of the sea surface in the video stream]. XXVIII International Scientific Conference for Undergraduate and Graduate Students and Young Scientists "Lomonosov", 12–23 April 2021, Moscow, Lomonosov Moscow State University.

13. Bay H., Ess A., Tuytelaars T., Gool L.V. 2008. SURF: Speeded-up robust features. *Comput Vis Image Und*, 110 (3): 346–359.

14. Conte E., De Maio A., Ricci G. 2001. GLRT-based adaptive detection algorithms for rangspread targets. *IEEE Trans. Signal Process*, 49(7): 1336–1348.

15. Zhilyakov Evgeniy G., Golikov Victor, Chernomorets Daria A., Samovarov Oleg I., Babarinov Sergei L. 2020. Detection of Slow-Moving Objects Floating on an Agitated Sea Surface based on Subband

Analysis within the Cosine Transform. *Jour of Adv Research in Dynamical & Control Systems*, 12, 05-Special Issue: 1314-1325. DOI: 10.5373/JARDCS/V12SP5/20201891.

16. Felzenszwalb P., Girshick R., McAllester D., Ramanan D. 2010. Object detection with discriminatively trained partbased models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 32(9):1627–1645.

17. Golikov V., Lebedeva O. 2013. Adaptive detection of subpixel targets with hypothesis dependent background power. *IEEE Signal Process*, 20 (8): 751–754.

18. Golikov V., Rodriguez-Blanco M., Lebedeva O. 2016. Robust multipixel matched subspace detection with signal-dependent background power. *Journal of applied remote sensing*, 10(1): 015006-1-015006-11.

19. Krizhevsky A., Sutskever I., Hinton G. 2012. Imagenet classification with deep convolutional neural networks. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, 25: 1106–1114.

20. Scharf L.L, Friedlander B. 1994. Matched subspace detectors. *Signal Process* 571, *IEEE Transactions*, 42 (8): 2146–2157.

Конфликт интересов: о потенциальном конфликте интересов не сообщалось.

Conflict of interest: no potential conflict of interest related to this article was reported.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Голиков Виктор Сергеевич, доктор технических наук, профессор, Автономный университет, Кармен, Мехико

Viktor S. Golikov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Autonomous University, Carmen, Mexico

Черноморец Дарья Андреевна, ассистент кафедры математического и программного обеспечения информационных систем института инженерных и цифровых технологий Белгородского государственного национального исследовательского университета, г. Белгород, Россия

Daria A. Chernomorets, Assistant of the Department of Mathematical and Software Information Systems, Institute of Engineering and Digital Technologies, Belgorod State University, Belgorod, Russia